



João Filipe Nóbrega Teixeira

Licenciado em Engenharia Civil

Modelação de elementos estruturais reforçados com compósitos de FRP recorrendo ao Método dos Elementos Discretos

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil de Estruturas

Orientador: Prof. Doutor Hugo Emanuel Charrinho da Costa Biscaia
Professor Auxiliar, FCT-UNL

Co-orientador: Prof. Doutor Rui Alexandre Lopes Baltazar Micaelo
Professor Auxiliar, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida

Arguente: Prof. Doutor Manuel Américo de Jesus Gonçalves da Silva

Vogal: Prof. Doutor Hugo Emanuel Charrinho da Costa Biscaia



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Maio de 2014

“Copyright” João Filipe Nóbrega Teixeira, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

*À minha avó Isabel Rodrigues
Aos meus pais, irmãos e sobrinho*

Agradecimentos

Um especial apreço aos meus orientadores, Professor Hugo Biscaia e Professor Rui Micaelo, pela disponibilidade, pelos conhecimentos partilhados, pelo incentivo e pelo seu constante acompanhamento durante a realização deste trabalho.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Civil que contribuíram para a realização deste trabalho, pelos documentos fornecidos e conselhos transmitidos e também pela contribuição que tiveram na minha formação profissional ao longo do curso.

Aos meus pais Francisco Xavier Teixeira e Maria Gorete Teixeira, a quem fico muito grato pela aposta contínua na minha formação pessoal e académica, pelo amor, dedicação e educação que me têm dado ao longo da vida, e também aos meus irmãos, por serem os meus melhores amigos, transmitindo-me confiança, força e valor em todos os instantes.

Agradecer a toda a minha família, em especial à minha avó por tudo o que faz por mim, sem esquecer a minha tia Lúcia e a minha prima Sara por todo o apoio e incentivo demonstrado desde sempre.

Ao Rui Nóbrega e à Dora Melo, por toda a ajuda, atenção, força e compreensão demonstrado ao longo de todo este tempo.

Aos meus amigos, que comigo partilharam esta longa caminhada.

Por último, agradecer a todas as pessoas que directa ou indirectamente ajudaram-me na elaboração deste trabalho, no meu percurso académico e na minha vida.

Resumo

O presente trabalho incide na análise da interface colada entre um polímero reforçado com fibras (FRP) e um outro elemento estrutural através da técnica de reforço por colagem externa (EBR). Este tipo de ligação foi modelado com o software PFC^{2D} o qual se rege pelo Método dos Elementos Discretos (MED). O propósito deste trabalho surge com a crescente utilização de FRP no reforço de estruturas e com alguns inconvenientes relacionados com descolamento prematuro destes compostos aos seus substratos, para além do facto de crer que a utilização de um Modelo de Elementos Discretos é utilizado pela primeira vez para simular o processo de delaminação do FRP-substrato rígido. O FRP foi calibrado e validado a partir de valores de ensaios laboratoriais existentes na literatura, sendo de seguida efectuados vários ensaios de corte simples sem restrição de deslocamentos e modelados para diferentes leis lineares. Os resultados numéricos mostraram que o MED é capaz de estimar com boa precisão as soluções exactas, desde as tensões de ligação a deslizamentos. Também uma lei bi-linear disponível no PFC^{2D} foi utilizada e comparada com os resultados numéricos existentes na literatura. De forma a prevenir o descolamento prematuro, o processo de delaminação foi analisado para duas alternativas: uma alternativa em que é utilizado um dispositivo de fixação mecânico numa das extremidades do comprimento colado e outra em que a fixação é efectuada através de uma largura variável linear do FRP. A modelação da primeira alternativa é efectuada com recurso a uma lei bi-linear disponível no PFC^{2D} , sendo a segunda alternativa modelada com uma lei descendente. Os resultados numéricos obtidos, para além de demonstrarem que é possível alcançar uma força de rotura pelo FRP, mostrou que o MED poderá ser uma solução para a análise desta problemática.

Palavras chave:

FRP; Método dos Elementos Discretos; Bond-slip; delaminação; PFC^{2D}

Abstract

This dissertation looks at the analysis of the interface between Fiber Reinforced Polymer (FRP)-to-parent material bonded interfaces using the technique Externally Bonded Reinforcement (EBR). The performance of FRP-to-parent material was modeled with the software PFC^{2D} , which is based on the Distinct Element Method (DEM). With the increasing use of FRP reinforcement in structures. The objective of this thesis is to study the drawbacks related with the premature de-bonding of the FRP composites from the bonded substrates. It is believed that this represents the first time the DEM is used to simulate the delamination process. The FRP was calibrated and validated using existing literature laboratory test values. Furthermore, several shear tests were carried out without restraining the displacements, and modeled for different bond-slip laws. The numerical results showed that the DEM is able to estimate with high accuracy the exact solutions. Also a bi-linear law available in PFC^{2D} was used and compared with existing numerical results in the literature. In order to prevent premature detachment, the delamination process was analyzed for two alternatives: in the first, a mechanical device is used for fixing one end to the other while in the second a numerical analysis of FRP anchorage zones with variable width. The first alternative modeling is performed using a bi- linear law available in PFC^{2D} , the second shaped with a rigid-linear softening bond-slip law. The numerical results demonstrate that it is possible to reach a breaking force by FRP showing that DEM may be a solution for the analysis of this problem.

The results have shown, not only an increased load capacity, but also that it is possible, in some cases, a fragile rupture by the composite. The numerical results also demonstrate that it is possible to use DEM to analyse the debonding problem.

Keywords:

FRP composites; Distinct Element Method; Delamination; PFC^{2D}

Índice de Matérias

Copyright	i
Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Índice de Figuras	xv
Índice de Tabelas	xix
Lista de abreviaturas, siglas e símbolos	xxi
1 Introdução	1
1.1 Considerações gerais	1
1.2 Objectivos	1
1.3 Organização do trabalho	2
2 Revisão Bibliográfica	5
2.1 Introdução	5
2.2 Técnicas de reforço com FRP: EBR ou NSM	7
2.3 Modos de rotura	8
2.4 Interface FRP/Betão	10
2.5 Ensaios de aderência	11
2.5.1 Ensaio de Pull-off	12
2.5.2 Ensaio de corte simples e duplo	13
2.5.3 Ensaios de flexão em viga de betão armado	14

2.6	Leis <i>bond-slip</i>	15
2.7	Métodos numéricos	20
2.7.1	Método dos elementos finitos (MEF)	21
2.7.2	Método dos elementos discretos (MED)	24
3	Modelo numérico	29
3.1	Introdução	29
3.2	Particle Flow Code in Two Dimensions - PFC^{2D}	29
3.2.1	Ciclos e passo de cálculo mecânico	32
3.2.2	Modelos constitutivos de contacto	36
3.2.3	CrITÉRIOS de rotura	38
3.2.4	vantagens e limitações do PFC^{2D}	43
4	Modelação do FRP e da ligação FRP-substrato	45
4.1	Introdução	45
4.2	Propriedades mecânicas do GFRP	46
4.2.1	Geração dos provetes numéricos	46
4.2.2	Definição dos provetes e do modelo de contacto	48
4.2.3	Simulações numéricas e validação do compósito de GFRP	49
4.3	Geração e validação do modelo MED - EBR	53
4.3.1	Considerações do processo de delaminação	53
4.3.2	Definição da assembleia de partículas e dos modelos de contacto	55
4.3.3	Modelação numérica da técnica de reforço EBR	57
4.4	Análise de resultados	68
5	Modelação da técnica de reforço EBR com encastramento	71
5.1	Introdução	71
5.2	Considerações gerais	71
5.2.1	Processos de delaminação	73
5.3	Modelação numérica	76
5.3.1	Definição das assembleias de partículas e dos modelos de contacto	76
5.3.2	Ensaio de arrancamento	78
5.4	Discussão e análise de resultados	82

6	Análise numérica da ligação FRP/substrato com largura variável	83
6.1	Introdução	83
6.2	Considerações gerais	83
6.3	Modelação numérica	84
6.3.1	Criação das assembleias de partículas e dos modelos de contacto	84
6.3.2	Modelos de contacto nas secções de largura variável	86
6.3.3	Ensaio de arrancamento	87
6.4	Discussão e análise de resultados	99
7	Conclusões e desenvolvimentos futuros	101
7.1	conclusões	101
7.1.1	Ensaio de tracção do compósito GFRP	101
7.1.2	Ensaio de corte simples: EBR	102
7.1.3	Ensaio de corte simples com dispositivo de fixação numa das extremidades	102
7.1.4	Ensaio de corte simples com variação da secção do compósito de FRP .	103
7.2	Desenvolvimentos futuros	103
	Referências Bibliográficas	105
A	Ensaio de tracção - Provete Regular de 1 linha	109
B	Algoritmo do ensaio de arrancamento	113
C	Algoritmo do ensaio de corte dispositivo mecânico de fixação	121
D	Algoritmo do ensaio de corte com secção variável	131

Índice de Figuras

2.1	Comportamento à tracção de fibras e metais, adaptado de [2]	6
2.2	Diferentes graus de fixação concebido pelas técnicas EBR ou NSM, [5]	8
2.3	Modos de rotura, adaptado de [7]	9
2.4	Mecanismos de rotura na interface, adaptado de [8]	10
2.5	Idealização da interface entre dois materiais distintos, [9].	11
2.6	Diferentes esquemas de ensaio para o estudo da aderência entre FRP e betão, adaptado de [1]	12
2.7	Diferentes esboços para ensaio de viga de betão armado com fenda a meio vão	15
2.8	Vários modelos <i>bond-slip</i>	16
2.9	Comportamento mecânico do betão traccionado uniaxialmente, representativo da zona de fractura [1]	17
2.10	Mecanismo e comportamento experimental da aderência,[18]	19
2.11	Relação entre a máxima força transmitida ao FRP e o comprimento de colagem, adaptado de [1]	19
2.12	Ensaio de corte simples, adaptado [20]	22
2.13	Comparação dos padrões de falha com diferentes níveis de discretização, adaptado [20]	22
2.14	Modelo de elementos finitos criado para o estudo da ligação FRP/betão utilizando a técnica de EBR, adaptado de [21]	23
2.15	Alternativas para a modelação dos elementos de interface, adaptado [21]	24
2.16	Modelo MED para calibração da interface fibra - matriz,[23]	25
2.17	Modelo MED efectuado para reproduzir o comportamento das micro-ligações, [23]	25
2.18	Diversas fases desde a colisão até à rotura fibra - matriz, [23]	26
2.19	Modelo MED efectuado para simular a abertura de fendas transversais, [24] . . .	26
2.20	Processo de rotura, [25]	27

3.1	Ciclo genérico de cálculo, adaptado de [28]	31
3.2	Ciclo de cálculo do PFC^{2D} , adaptado de [26]	32
3.3	Notação utilizada para descrever o contacto partícula-partícula, adaptado de [26]	33
3.4	Modelo bi-linear, [26]	37
3.5	Comportamento de um contacto com modelo “aderência pontual”, [26]	40
3.6	Representação de um contacto com aderência paralela activa, [26]	41
4.1	Diferentes geometrias testadas	47
4.2	Disposição das partículas num plano $2D$, plano do PFC^{2D} , e perspectiva $3D$ representativa da profundidade das partículas.	48
4.3	Comportamento constitutivo do compósito de GFRP.	48
4.4	Descrição dos provetes submetidos ao ensaio de tracção	50
4.5	Ensaio de tracção dos vários modelos criados no PFC^{2D}	52
4.6	Comportamento da interface colada para uma lei <i>bond-slip</i> bi-linear, $L_b \geq L_{eff}$	53
4.7	Comportamento da interface colada para uma lei <i>bond-slip</i> bi-linear, $L_b < L_{eff}$	55
4.8	Modelo do ensaio de corte simples com detalhe do modelo MED usado	56
4.9	Modelo MED, com detalhe do comportamento constitutivo base das ligações da interface	57
4.10	Modelo MED utilizado, com detalhe do comportamento constitutivo da ligação FRP/substrato.	57
4.11	Desempenho da da ligação FRP-substrato para uma lei <i>bond-slip</i> rígido-plástica	61
4.12	Desempenho da ligação FRP-substrato para uma lei <i>bond-slip</i> ascendente	63
4.13	Desempenho da da ligação FRP-substrato para uma lei <i>bond-slip</i> descendente	65
4.14	Comparação da função bi-linear do PFC^{2D} com diferentes leis <i>bond-slip</i> não lineares	67
4.15	Desempenho da da ligação FRP-substrato para uma lei <i>bond-slip</i> bi-linear	68
5.1	Roturas por destacamento do compósito na extremidade e na zona fendilhada	72
5.2	Esquema da região de ancoragem do FRP	72
5.3	Esquema do ensaio numérico de corte simples com fixação na extremidade	73
5.4	Desempenho da interface com dispositivo de ancoragem na extremidade em diferentes fases de carga para $L_b \geq L_{eff}$	74
5.5	Desempenho da interface com dispositivo de ancoragem na extremidade em diferentes fases de carga para $L_b < L_{eff}$.	76

5.6	Esquema do ensaio de corte simples com dispositivo de ancoragem segundo MED.	77
5.7	Modelo numérico, com detalhe do comportamento constitutivo das ligações. . .	77
5.8	Processo de delaminação do FRP - substrato para vários comprimentos colados segundo o MED.	79
5.9	Diferentes fases do processo de delaminação da interface para $L_b \geq L_{eff}$	80
5.10	Diferentes fases do processo de delaminação da interface para $L_b < L_{eff}$	81
6.1	Sistemas de ancoragem para impedir a descolagem prematura das placas de FRP com a técnica EBR, adaptado de [47]	84
6.2	Modelo numérico produzido para o estudo de secções de largura variável	84
6.3	Modelo numérico produzido para o estudo de secções de largura variável	85
6.4	Esquema de utilização do factor de acréscimo numa partícula do FRP	86
6.5	Esquema de utilização do factor de acréscimo de largura em secções variáveis .	87
6.6	Desempenho do modelo numérico $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$, no início do descolamento . .	88
6.7	Desempenho do modelo numérico $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$, no início do descolamento . .	89
6.8	Desempenho do modelo numérico $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$, no início do descolamento . .	90
6.9	Forças máximas aplicadas à placa de FRP no início do descolamento (esquerda) e Forças máximas atingidas ao longo dos ensaios (direita) para os vários valores de α	91
6.10	Desempenho do modelo numérico $L_{b,c} \geq L_{eff,c}$ e $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$	93
6.11	Desempenho do modelo numérico $L_{b,c} \geq L_{eff,c}$ e $L_{b,v} < L_{eff,v}$	95
6.12	Desempenho do modelo numérico $L_{b,c} < L_{eff,c}$ e $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$	97
6.13	Desempenho do modelo numérico $L_{b,c} < L_{eff,c}$ e $L_{b,v} < L_{eff,v}$	98

Índice de Tabelas

4.1	Caracterização dos provetes planos [1]	46
4.2	Dimensões dos provetes modelados.	47
4.3	Micropropriedades inseridas para modelação	49
4.4	Calibração da rigidez das ligações	50
4.5	Resumo das propriedades e características dos ensaios produzidos no PFC^{2D}	51
6.1	Ensaio de secção variável e mista modelados PFC^{2D}	85

Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

Abreviaturas

FRP Fibre-reinforced plastic

Siglas

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

UNL Universidade Nova de Lisboa

FRP *Fibre Reinforced Polymer*

GFRP *Glass Fibre Reinforced Polymer*

AFRP *Aramid Fibre Reinforced Polymer*

CFRP *Carbon Fibre Reinforced Polymer*

EBR *Externally Bonded Reinforcement*

NSM *Near Surface Mounted*

DIC *Digital Image Correlation*

MEF Método dos Elementos Finitos

MET Método dos Elementos de Trelça

MED Método dos Elementos Discretos

EDP Equações diferenciais parciais

PFC^{2D} *Particle Flow Code in 2 Dimensions*

Letras Romanas

A_{FRP} Área da secção transversal do compósito de FRP

b_f Largura do compósito de FRP

c_n Coeficiente de amortecimento normal

- c_s Coeficiente de amortecimento ao corte
- D Diâmetro da partícula
- E_f Módulo de elasticidade do compósito de FRP
- E_{fm} Módulo de elasticidade do compósito de FRP
- e Espessura
- e_G Espessura da fibra de vidro
- F Força no compósito de FRP
- F_id Força de amortecimento local
- F_i^n Força de contacto normal
- F_i^s Força de contacto de corte
- F_i Força não equilibrada na partícula
- F_{max} Força máxima transmitida ao compósito de FRP
- F_{max}^s Força de corte máxima que o contacto permite
- f_f Tensão de tração no compósito de FRP
- f_{fm} Tensão de tração média no compósito de FRP
- f_{acr}^v Factor de acréscimo de largura em secções variáveis
- G_F^{II} Energia de fractura do modo II
- g_i Aceleração da gravidade
- I Momento de inércia
- k Rigidez da mola
- K^n Módulo de rigidez normal
- K^s Módulo de rigidez ao corte
- \bar{K}^s Módulo de rigidez ao corte do modelo de *adesão paralela*

K^n Módulo de rigidez normal

\bar{K}^n Módulo de rigidez normal do modelo de *adesão paralela*

L Comprimento do provete

L_b Comprimento colado

$L_{b,v}$ Comprimento colado de seção variável

$L_{b,c}$ Comprimento colado de seção constante

L_{eff} Comprimento de transferência (ou efetivo)

L_{effc} Comprimento de transferência (ou efetivo) em secções de largura constante

$L_{eff,c}$ Comprimento de transferência máxima em secções variáveis

L_{des} Comprimento descolado

m Massa da partícula

M_3 Momento total aplicado na partícula

n_p Número de partículas

$n_{p,id}^{frp}$ número de identificação das partículas de FRP

$n_{p,id}^{frp,ult}$ número de identificação da última partícula FRP

$n_i^{c,p}$ Vector unitário direccionado do centróide da partícula para o ponto de contacto

P Carga exterior aplicada à viga

R Raio

\bar{R} Raio da ligação do modelo de adesão paralela

s Deslizamento relativo entre dois materiais colados

s_{max} Deslizamento relativo para tensão de aderência máxima

s_{ult} Deslizamento relativo último

T Período da angular

- t_f Espessura do compósito de FRP
- t_{crit} Tempo crítico
- U^n Deformação normal no Contacto
- U^s Deslocamento de corte total
- U_{ult} Deslocamento total
- v^n Velocidade de contacto normal
- v^s Velocidade de contacto ao corte
- $\dot{\omega}_3$ Aceleração angular da partícula
- \ddot{X}_i Aceleração da partícula
- $x_i^{(c)}$ Posição do ponto de contacto
- y posição no eixo yy

Letras Gregas

- α Coeficiente de forma da partícula
- β Coeficiente de forma da partícula
- Δ - Erro entre a força aplicada e a tensão de aderência
- ΔF^s Incremento da força de corte
- ΔU^s Deformação de corte no contacto
- δW_{ext} trabalho virtual das forças exteriores
- ε_f Extensão no compósito de GFRP
- ε_{fm} Extensão média no compósito de GFRP
- μ Coeficiente de atrito
- ε_G Extensão de rotura no compósito de GFRP
- σ Tensão

- σ_n Tensão normal
- $\bar{\sigma}_n$ Tensão normal resistente do modelo de *adesão paralela*
- σ_{mx} Tensão longitudinal máxima no compósito de FRP
- τ Tensão de corte ou de aderência
- $\bar{\tau}_c$ Tensão de corte resistente do modelo de *adesão paralela*
- τ_{max} Tensão de aderência máxima
- ρ Densidade da fibra de vidro

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações gerais

A reabilitação e reforço de estruturas assume cada vez mais um papel de extrema importância, tanto pelo carácter económico como social, havendo um vasto crescimento nesta área da Engenharia Civil.

A par deste crescimento, materiais com melhores propriedades resistentes em termos mecânicos e temporais surgem ao passo que, novas técnicas de abordagem a esses materiais são desenvolvidas. Desta forma, é verificada uma necessidade acrescida de salvaguardar os parâmetros de segurança, eficiência e resistência estrutural para as cargas na qual a estrutura ou a componente reforçada será solicitada ao longo do tempo.

A utilização de polímeros reforçados com fibras nos mais diversos materiais, tem sido alvo de estudo pela comunidade científica, sendo possível observar uma vasta panóplia de artigos acerca deste tipo de ligação, distribuindo o seu estudo desde a parte prática até ao estudo microscópico do mesmo. A criação de diversos tipos de ensaio com o intuito de compreender e determinar as resistências deste tipo de ligação são utilizados em conjunto com abordagens numéricas. Os modelos numéricos criados levam a que no futuro seja possível recorrer aos mesmos com segurança e fiabilidade que lhes são exigidas. Minimizando custos em ensaios experimentais e reduzindo tempo na investigação.

1.2 Objectivos

O principal objectivo deste trabalho tem em vista a análise da aplicação do método dos elementos discretos ao estudo do comportamento da ligação de compósitos de FRP-substrato.

Entre outras:

- Reproduzir e analisar o compósito GFRP utilizando vários sistemas regulares de partículas, tendo em conta os resultados laboratoriais realizados por [1];
- Modelação, análise e validação do sistema de reforço por colagem externa de FRP com secção de largura constante, sendo a interface da ligação FRP-substrato analisada para várias leis *bond-slip*;
- Modelação e análise do comportamento do processo de descolamento por corte do FRP com o substrato, aquando da utilização de um dispositivo mecânico de fixação numa das extremidades;
- Modelação e análise do comportamento do processo de descolamento por corte do FRP com o substrato, para um sistema de ancoragem que recorre ao aumento de secção colada. São analisadas duas situações: (i) a secção colada de FRP apenas contém um comprimento de largura variável linear; (ii) a secção colada de FRP contém um comprimento inicial de largura constante e um comprimento final de largura variável linear;

1.3 Organização do trabalho

O presente documento encontra-se dividido em 7 capítulos incluindo a introdução e as conclusões.

No Capítulo 2 é elaborado um estado da arte sobre o comportamento de interfaces coladas e análise aos vários métodos numéricos existentes; na sua generalidade o estudo recorreu a exemplos de colagem entre compósitos de FRP e elementos estruturais de betão armado.

No Capítulo 3 são descritos os fundamentos do *software* PFC^{2D} que tem como base o Método de Elementos Discretos onde são apresentados os princípios gerais utilizados.

No Capítulo 4 é efectuada a modelação de assembleias regulares com a finalidade de reproduzir o comportamento mecânico do FRP, mais concretamente GFRP. Posteriormente à sua reprodução, este é ligado a um substrato rígido, no qual é analisado e validado o sistema de reforço por colagem externa de FRP com secção de largura constante. A interface dos materiais FRP-substrato são analisadas para várias leis *bond-slip* e comparadas com análises existentes na literatura.

No Capítulo 5 é implementado o modelo FRP-substrato analisado no capítulo 4 para uma

lei *bond-slip* bi-linear, no qual é pretendido analisar o processo de descolamento quando o modelo contém um dispositivo mecânico de fixação numa das extremidades, analisando pormenorizadamente a distribuição de tensões de aderência e tensões aplicadas à placa do FRP ao longo do comprimento colado.

No Capítulo 6 é modelado e descrito o comportamento da ligação FRP-substrato por colagem externa de FRP, sendo que a largura do FRP varia linearmente ao longo do comprimento colado.

Finalmente, no último capítulo, é apresentado um resumo das principais conclusões obtidas durante o desenvolvimento do trabalho, por sua vez, são sugeridos alguns pontos relevantes passíveis de um estudo complementar para o prosseguimento do estudo do processo de descolamento por colagem externa através do método dos elementos discretos.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

A reabilitação e o reforço de estruturas de betão armado são cada vez mais frequentes na construção civil, convertendo-se numa área que tem tido um forte desenvolvimento não só a nível das suas técnicas e métodos, mas também a nível da observação e previsão do seu comportamento pós-reabilitação. Com o avanço tecnológico verificado nas mais diversas áreas da engenharia, a introdução de novos materiais e conceitos de aplicação dos mesmos vai surgindo com alguma frequência. O comportamento a longo prazo é ainda incerto aquando da utilização de novos materiais e conceitos, tornando-se assim um dos problemas com maior relevo na análise estrutural dos diversos componentes.

Nos dias correntes, o betão armado é um dos materiais mais utilizados e importantes na construção civil, considerando a sua larga história de utilização, este material já foi alvo de inúmeras análises ao nível do seu comportamento, propriedades e áreas de utilização. A necessidade de aumentar e/ou reforçar as funcionalidades de uma estrutura aliando à facilidade de execução, aumento da vida útil e baixo preço, faz com que este material seja muitas vezes utilizado em conciliação com outros.

Na Engenharia civil, mais especificamente na área de reabilitação e/ou reforço de estruturas, observamos uma crescente utilização de polímeros reforçados com fibras de sigla internacional FRP - *Fiber Reinforced Polymer (Plastic)*. A sua ligação a outros materiais, especialmente ao Betão Armado pelas razões descritas em cima, traz consigo a necessidade de analisar e conhecer o comportamento ao pormenor dessa ligação nos seus termos futuros.

Existem vários tipos de fibras com já algum tempo de utilização nas mais diversas áreas da engenharia. No âmbito da engenharia civil, destacam-se: GFRP - *Glass Fiber Reinforced*

Polymers; AFRP - Aramid Fiber Reinforced Polymers e CFRP - Carbon Fiber Reinforced Polymers.

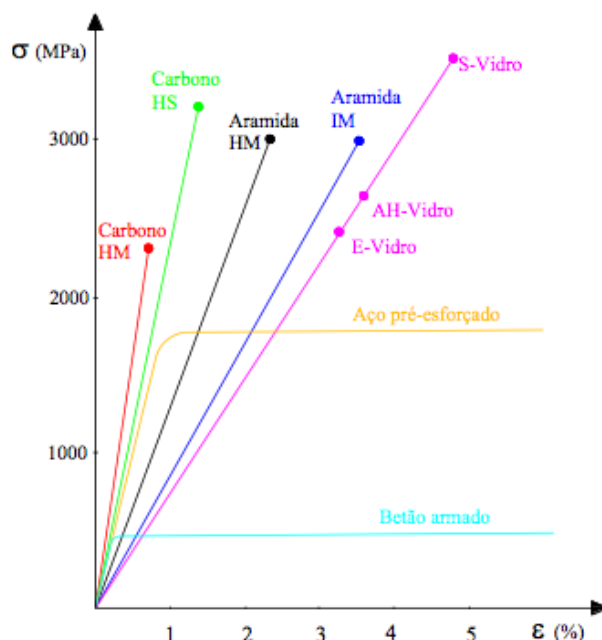


Figura 2.1: Comportamento à tracção de fibras e metais, adaptado de [2]

Estes materiais, quando observados isoladamente, não deixam grandes dúvidas de melhoria quanto ao seu desempenho mecânico e versatilidade em relação aos materiais convencionais (aço, madeira, betão). Em contrapartida, se as fibras (carbono, aramida, ou vidro) demonstram grande versatilidade de utilização (elevados valores das relações resistência à tracção/peso, elevada resistência à corrosão, minimização dos efeitos na Arquitectura inicial das construções, facilidade de transporte e manuseamento, etc), o seu comportamento fica em causa quando exposto a altas temperaturas devido à ligação FRP/Adesivo. Assim sendo qualquer que seja a solução estrutural de reforço com recurso a colagem de Polímeros reforçados com fibras esta deverá ser rodeada por uma solução de protecção às elevadas temperaturas [3].

Outro aspecto não menos importante das ligações coladas FRP/Betão, e possivelmente a escolha mais complexa será a resina (polímeros). As resinas têm a função de transferir tensões entre as fibras e o betão, dando também protecção contra danos mecânicos ou ambientais. A resina-adesivo estrutural mais comum é a resina termo endurecida epoxídicas, que é usada tipicamente em sistemas de reforço com FRP. Neste tipo de resina pretende-se:

- Excelentes propriedades mecânicas;
- Boa resistência à fadiga;
- Baixa retracção;

É de notar que um adesivo mais resistente não indica necessariamente uma junta mais resistente, pelo que a escolha será tomada de forma a não reduzir o aumento da resistência nem a ductilidade do sistema estrutural reforçado. Para que seja mobilizado o maior esforço do betão e do compósito, estas resinas devem ter uma boa cura e ficar bem impregnadas de forma a que não se verifiquem vazios de ar nem impurezas na ligação betão/Adesivo e FRP/Adesivo.

2.2 Técnicas de reforço com FRP: EBR ou NSM

O reforço de elementos de betão armado através das técnicas EBR - *Externally Bonded Reinforcement* ou NSM - *Near Surface Mounted*, tem evoluído por impulso de inúmeras investigações e publicações que vão surgindo, como por exemplo [1, 3]. O reforço a partir da técnica EBR, é ligado à simplicidade e rapidez de execução, assim como o aumento das capacidades mecânicas do elemento a reforçar. Atualmente a comunidade científica vê nesta técnica um desaproveitamento das capacidades mecânicas das fibras, sendo que alguns desses estudos permitiram constatar que ocorre uma rotura frágil por descolamento do FRP. Do ponto de vista prático para além de requerer, previamente à sua aplicação, uma preparação das superfícies a colar. Esta é efectuada externamente ao elemento a reforçar, fazendo com que o reforço esteja exposto às condições ambientais e atos de vandalismo, diminuindo também o tempo de vida útil da estrutura reforçada. De um modo geral a técnica de reforço NSM (ver Figura 2.2), surge de modo a otimizar algumas lacunas da sua técnica congénere EBR, método no qual são efectuadas ranhuras na camada exterior do betão armado onde será colocado o compósito de FRP em ligação com uma resina de enchimento (geralmente resinas epoxídicas ou calda de cimento), [4]. Algumas das vantagens da técnica de reforço NSM, devem-se a factos como: estando condicionada ao betão de recobrimento, fica protegida de maior desgaste, impacto ou vandalismo; a área mobilizada de colagem do compósito nesta técnica é, à partida, maior que a técnica do EBR, trazendo consigo um maior grau de fixação; maior resistência estrutural no caso de solicitada à flexão e corte, pois as fibras encontram-se ancoradas no elemento reforçado.

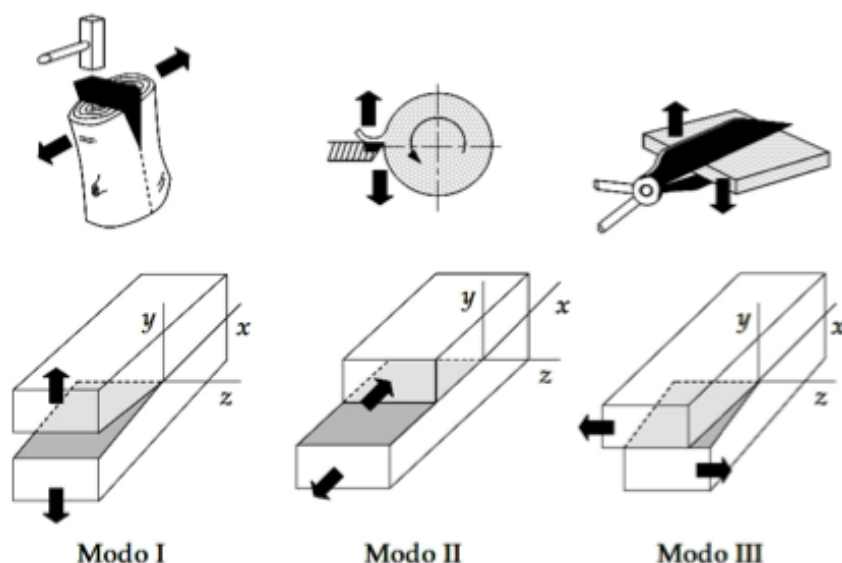


Figura 2.3: Modos de fratura, adaptado de [7]

Na presente dissertação, apenas é abordado o modo de rotura II.

Os mecanismos de rotura conhecidos e associados ao reforço por colagem externa de materiais compósitos, são estudados através de ensaios laboratoriais realizados pelos mais diversos investigadores. A rotura ideal seria uma rotura coesiva pelo FRP, sinalizando desta forma que foram mobilizados os esforços resistentes máximos deste material. Em termos globais, para que seja possível reconhecer e perceber os diversos mecanismos existentes na ligação, a generalidade dos autores recorrem a ensaios reduzidos de corte (com junta simples ou dupla) e a ensaios de flexão de vigas reforçadas. Para que seja possível ao longo desta dissertação referir alguns mecanismos intrínsecos na interface que poderão levar a rotura total, é necessário identificar desde já os mecanismos de rotura que uma ligação poderá ter. Assim sendo, a rotura pode associar-se a vários mecanismos:

- (a) Rotura do FRP, por esgotamento da sua capacidade resistente (rotura coesiva) ou como descrito Figura 2.4 por ruína interlaminar (rotura parcialmente coesiva);
- (b) Rotura por descolamento precoce no betão (rotura coesiva);
- (c) Rotura na interface, com conseqüente descolamento do reforço (rotura adesiva).

Na Figura 2.4, observa-se alguns dos modos de rotura prematuros obtidos na generalidade dos estudos experimentais quando se aplica a técnica EBR, podendo ocorrer em simultâneo mais do que um modo de rotura ao longo do comprimento de ligação. A compreensão destes

modos de rotura é de extrema importância para a compreensão global do comportamento da estrutura reforçada, pois o início e desenvolvimento deste tipo de fendas podem ditar a eficiência da ligação FRP/betão.

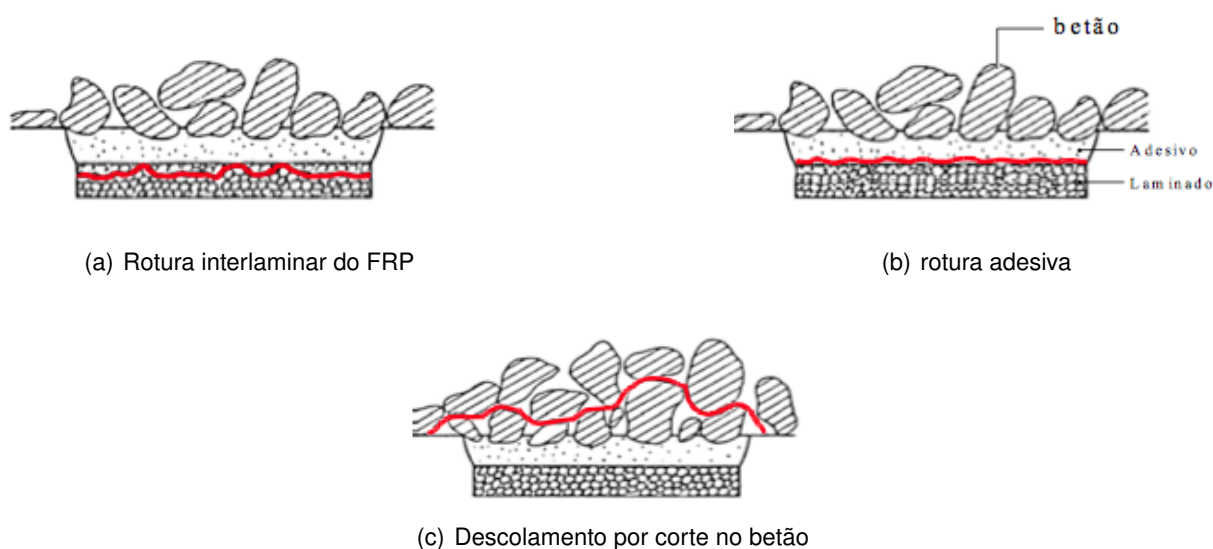


Figura 2.4: Mecanismos de rotura na interface, adaptado de [8]

2.4 Interface FRP/Betão

Uma das características com maior relevo, quando é efectuada uma ligação entre FRP e um betão encontra-se no modo de rotura associado ao deslocamento do FRP relativamente a superfície colada. Uma análise não linear baseada na mecânica de fractura é importante sendo essencial para a estimativa do modo de rotura a quantificação das energias envolvidas no processo de descolamento do FRP, [1]. Assim sendo, é necessário conhecer não só a distribuição de esforços ao longo do comprimento de uma ligação mas também o seu comportamento para cada etapa do carregamento. A transferência de tensão é feita no plano da interface betão/adesivo/compósito, e na sua maioria são ignoradas as tensões normais que possam surgir na interface (Figura 2.5), sendo as tensões predominantes de corte.

Dentro deste campo de tensões, existem outros mecanismos intrínsecos na interface que levam ao aparecimento de mecanismos localizados de rotura precoce e que por sua vez causam deformações inelásticas. Estas deformações são geralmente criadas pelo comportamento frágil do betão, pois a capacidade resistente do mesmo depende das microfendilhações que precedem à sua capacidade resistente máxima. Segundo [8], à medida

que o aparecimento destas microfendilhações surge e sempre que possível, o equilíbrio é restabelecido através de uma redistribuição de esforços para as zonas da junta não danificadas, ou seja, ao aparecimento de uma fenda, cria-se um acréscimo local de tensão nas armaduras (interna e externa) e o betão passa a ser solicitado apenas entre fendas. Este processo repete-se até que ocorra sem pré-aviso, um colapso brusco do sistema de reforço. Se se entender o que em cima foi exposto, apercebemo-nos que alguns modelos teóricos atingidos nos dias correntes resumem-se a aproximações que por vezes são distantes da realidade, pois não contemplam a não linearidade provocada pelas aberturas de fendas que conduzem aos mecanismos de colapso precoce e que na sua maioria são quem dita o estado limite último das estruturas reforçadas.

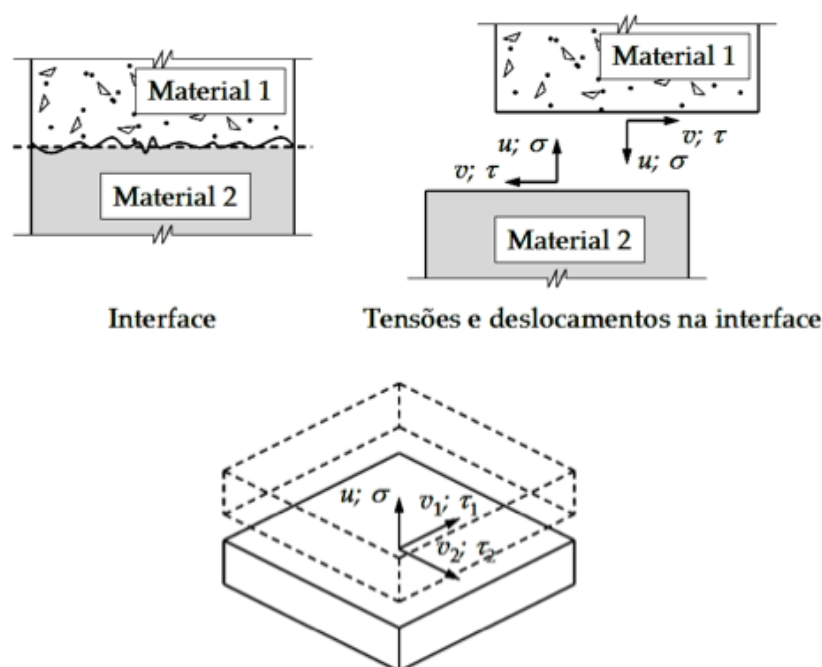


Figura 2.5: Idealização da interface entre dois materiais distintos, [9].

2.5 Ensaios de aderência

A utilização e consequente melhoria obtida pelos materiais compósitos de FRP são assumidas unanimemente tanto pela comunidade científica como pela indústria mas a falta de regulamentação sobre algumas técnicas de aplicação do FRP, faz com que seja observado um uso menos alargado.

A investigação sobre a aderência entre um compósito de FRP e o betão, tem crescido nos últimos anos com o objectivo de encontrar um consenso para o tipo de ensaio experimental praticado e posterior modelação.

Segundo Grace *et al.* [10], é necessário que os investigadores desenvolvam procedimentos de testes experimentais para isolar os modos de falha de forma a que as contribuições individuais da propagação de fendas e respectivas energias de fractura sejam compreendidas para posterior modelação.

Como já referido, esta dissertação tem como orientação o estudo do modo de rotura II (ver Figura 2.3), assim sendo são apenas apresentados ensaios de aderência desenvolvidos com o objectivo de conhecer este modo de rotura.

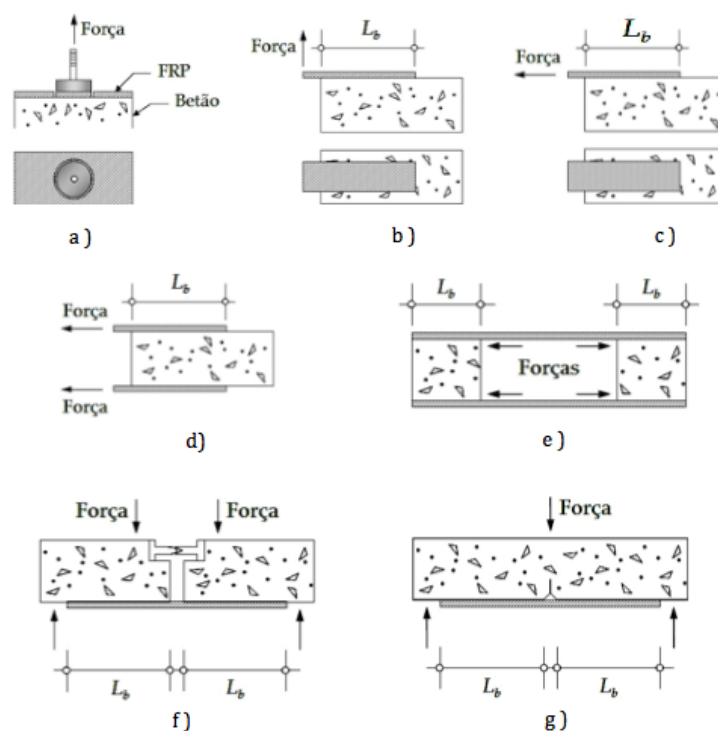


Figura 2.6: Diferentes esquemas de ensaio para o estudo da aderência entre FRP e betão, adaptado de [1]

2.5.1 Ensaio de Pull-off

O ensaio pull-off, Figura 2.6a), foi criado com o objectivo de determinar a resistência do betão *in situ*, mas com o passar do tempo foi observado que também pode ser usado em ensaios de aderência entre compósitos de FRP e o betão. Este tipo de ensaio é bastante usual porque os

seus resultados são consistentes, aliando-se ainda a sua simplicidade de utilização em obra, pois pode ser utilizado em vigas e lajes. O ensaio de “Pull Off” tem como princípio a aplicação predominante de uma força de tracção necessária para arrancar um disco metálico (bronze ou alumínio) colado ao compósito de FRP já polimerizado. A força de tracção é transmitida a partir do equipamento de ensaio, através de um pino enroscado na pastilha metálica. O aumento da força é gradual e a sua leitura é feita recorrendo a um dinamómetro.

Deste ensaio é apenas conhecida a tensão de aderência ao arrancamento da pastilha metálica, sendo que por vezes a rotura não é adesiva pela interface FRP/betão, mas coesiva ou ainda parcialmente coesiva. Segundo Lopes [11], existem vários factores que influenciam os resultados finais, de entre os quais se destacam:

- Variabilidade da composição e propriedades do betão;
- Orientação e disposição do agregado, influenciando também na superfície de rotura;
- Material que compõe o disco (aço ou alumínio ou bronze);
- Velocidade da aplicação da carga;
- Exposição a que o elemento esteve sujeito antes do ensaio.

Apesar da utilização desta metodologia não revelar a força a que o FRP está sujeito durante o ensaio, esta apresenta resultados consistentes e credíveis, pois dependendo da superfície de rotura será considerado como satisfatório ou não o ensaio.

2.5.2 Ensaio de corte simples e duplo

Vários ensaios de corte têm sido desenvolvidos e estudados com a finalidade de compreender a descolagem e determinar a energia de fractura segundo o modo II. Este tipo de ensaio permite vários esboços como podemos observar na Figura 2.6 b), c), d), e), sendo o ensaio b) utilizado para o modo de fractura I. Para além dos vários esboços, este tipo de ensaio também pode recorrer a vários tipos de instrumentação ou técnicas de medição inovadoras que permitem uma medição espacial de deslocamentos contínuos de superfície.

Esta técnica de medição é utilizada por Kolluru V. Subramaniam *et al.* [12], onde a propagação de fendas interfaciais e a distribuição de tensão de corte durante a descolagem foram monitorizados usando um sistema de correlação digital de imagem (DIC - *Digital image correlation*). Este método permite obter campos de deslocamentos completos em objectos

quase-planares através da maximização das semelhanças em imagens correspondentes a diferentes estados de deformação [13]. Em 2010, segundo Christian Carloni e Kolluru V. Subramaniam [14], foram capazes de medir tensões superficiais no FRP e no betão a partir do gradiente do campo dos deslocamentos, usando uma configuração de teste modificado ao corte. Em consequência do estudo, ficou patente que as propriedades físicas (porosidade e tamanho do agregado grosso) têm influência direta na resistência da ligação, pois o adesivo consegue atuar com maior profundidade no betão.

Segundo Grace *et al.* [10], alguns dos investigadores que utilizaram ensaios de corte simples, duplos ou ambos foram: Täljsten, Au e Büyüköztürk, Davalos *et al.*, Carloni e Subramaniam [14], e Carrara *et al.*, Kolluru V. Subramaniam *et al.* [12].

2.5.3 Ensaios de flexão em viga de betão armado

Alguns dos diversos esboços para este tipo de ensaio são descritos na Figura 2.6 f), g). Os ensaios de flexão com três ou quatro pontos mais utilizados pelos investigadores têm as seguintes configurações: ensaio de viga invertida com perfil metálico, ensaio de viga com rótula a meio-vão, ensaio de viga de betão armado com fenda a meio-vão.

Segundo Biscaia [1], alguns investigadores optaram por realizar ensaios de flexão com fenda a meio vão para estudar o comportamento de uma ligação FRP-betão, de entre os quais se destaca: Laura Lorenzis *et al.* [15] realizando ensaios de flexão de quatro pontos em vigas em forma de T invertido simplesmente apoiadas.

Maria Aiello e Marianovella Leone [16], efectuaram ensaios de corte simples, duplos e flexão de viga com fenda a meio vão. Os resultados dos ensaios de flexão mostraram maiores tensões de aderência e por sua vez menores deslizamentos relativamente aos ensaios de corte.

Yashar Khalighi [17], escolheu para o estudo da ligação CFRP/betão e GFRP/betão pequenas vigas devido ao manuseamento e custos inerentes à concepção dos provetes. Assim sendo os resultados demonstraram uma supremacia da rotura adesiva, com excepção dos provetes no qual o autor utilizou compósitos de CFRP. Nesses ensaios a rotura ocorreu coesivamente pelo CFRP e noutros provetes por rotura coesiva do betão devido ao esforço transversal.

Os ensaios de flexão com três ou quatro pontos têm sido utilizados por um certo número de investigadores [?, 16, 17], mas os ensaios com fenda a meio vão apresentam algumas

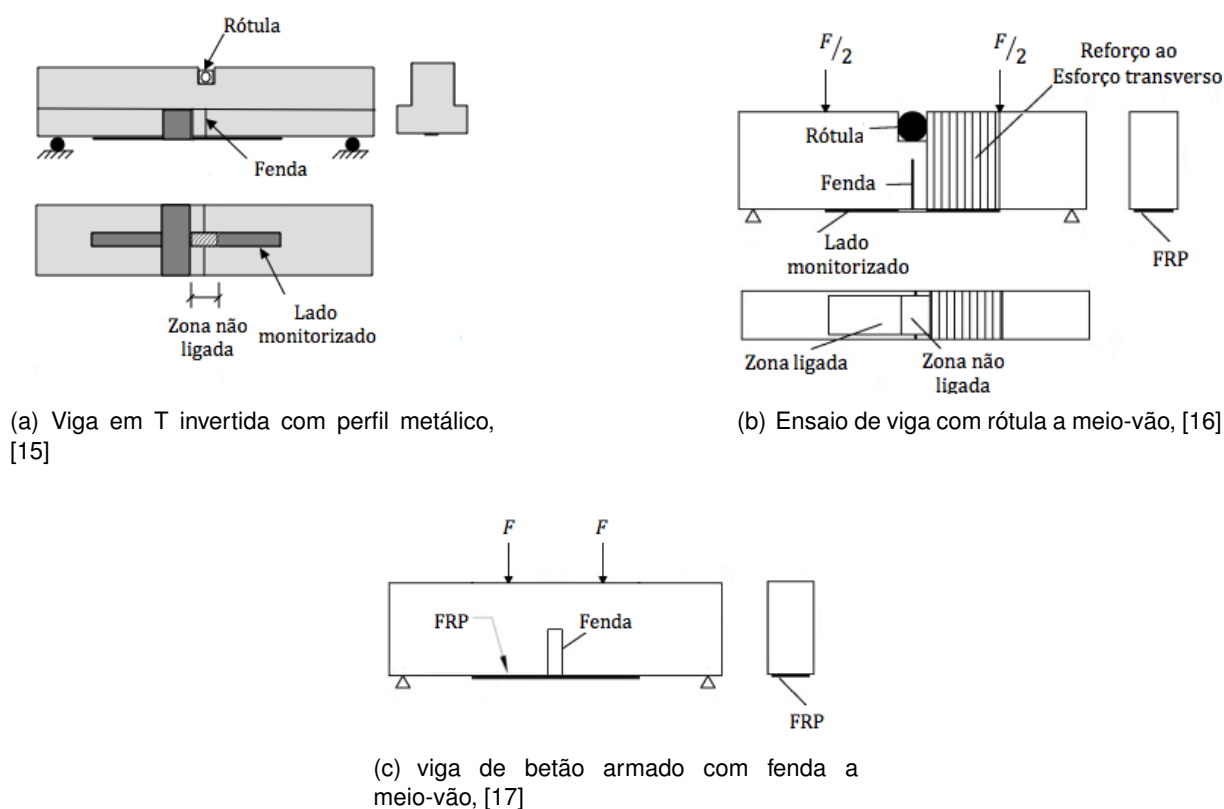


Figura 2.7: Diferentes esboços para ensaio de viga de betão armado com fenda a meio vão

vantagens em relação aos outros tipos de ensaio quando é objectivo isolar o modo de fractura II dos quais Grace *et al.* [10] destaca:

- as configurações do ensaio são relativamente simples;
- Vários tamanhos e configurações de provetes podem ser utilizados, pois geralmente as máquinas de ensaio são universais ou recorrendo a actuadores hidráulicos;
- Os ensaios de viga de betão com fenda a meio vão, pode ser efectuado recorrendo a um betão armado ou não armado;

Contudo, Grace *et al.* [10], uma das desvantagens de ensaios com fenda a meio vão prende-se com o facto de não ser conhecida a tensão exacta no FRP durante o ensaio.

2.6 Leis *bond-slip*

As leis *bond-slip* surgem de forma a que existam modelos descritivos do comportamento de uma ligação FRP/betão. Os diferentes modelos *bond-slip* existentes tentam caracterizar o

comportamento local de uma ligação de forma simples e o mais próxima à realidade possível, tentando relacionar as tensões de aderência envolvidas na ligação em dependência dos deslocamentos entre os materiais que concebem a ligação.

Ao efetuar um reforço por colagem externa, é importante para o bom funcionamento da ligação uma boa capacidade de aderência entre os materiais, dado que a transferência de tensão entre materiais é dada pela aderência da ligação.

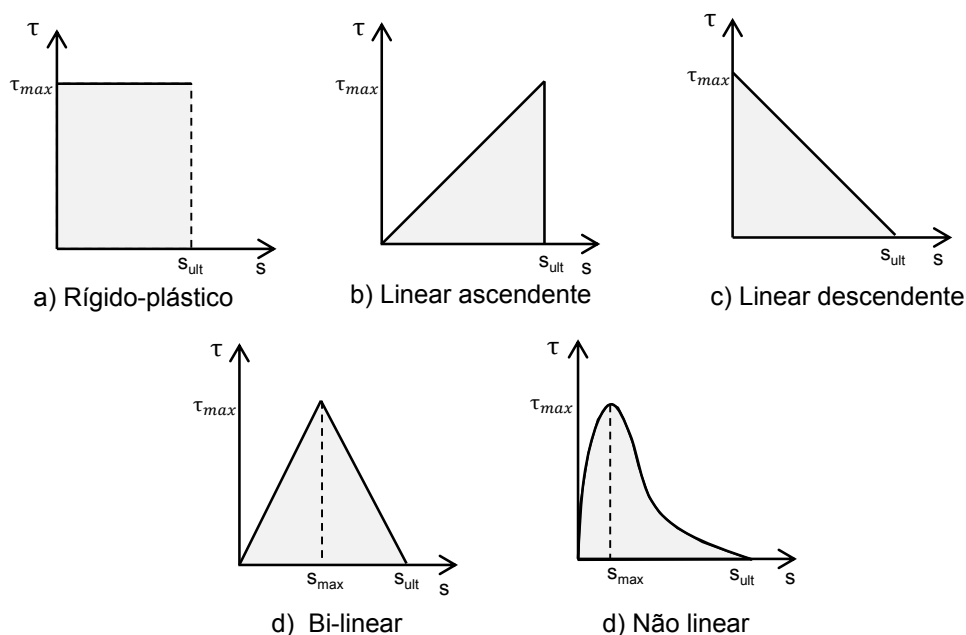


Figura 2.8: Vários modelos *bond-slip*

As leis *bond-slip* locais podem ser definidas através de funções lineares (Figura 2.8 (a) (b) (c)), bi-lineares (Figura 2.8 (d)) ou ainda funções não lineares (Figura 2.8 (e)). As três primeiras funções são aproximações mais simples para representação do fenómeno de descolamento e por sua vez as menos rigorosas. A lei rígido plástica representa a plastificação da interface FRP-substrato. A lei linear ascendente (Figura 2.8 (b)), assume apenas um comportamento elástico e linear da ligação entre os materiais, assim sendo segundo Juvandes [8] esta consegue descrever com alguma eficácia a distribuição de tensões de aderência até ocorrer a tensão de aderência máxima (tramo ascendente), contudo não consegue antever o comportamento descendente da resistência da ligação, ou seja, a fase não linear do betão. A lei linear descendente (Figura 2.8 (b)) representa a fase pós pico do comportamento do betão, pois a resistência do betão depende das microfendilhações produzidas após ser atingida a

capacidade resistente máxima, como demonstrado na Figura 2.9.

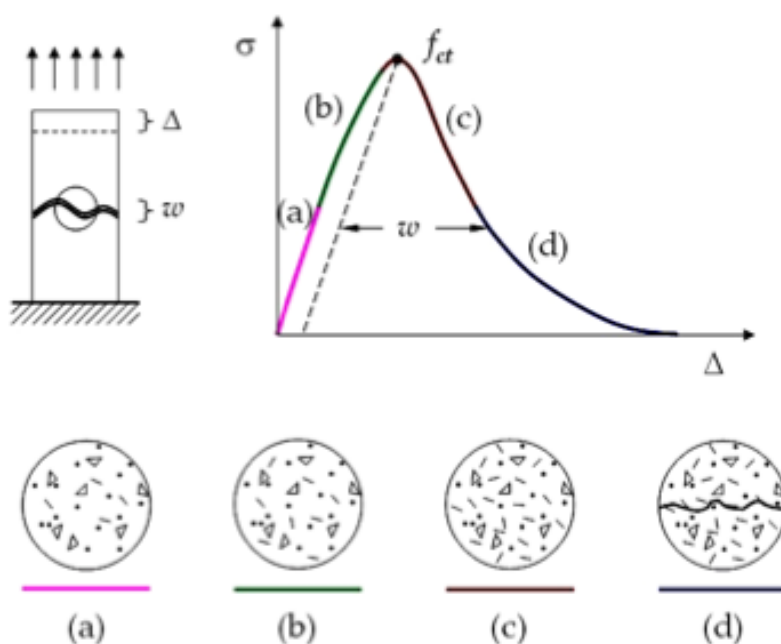


Figura 2.9: Comportamento mecânico do betão traccionado uniaxialmente, representativo da zona de fractura [1]

O gráfico da Figura 2.9 apresenta o comportamento do betão quando submetido a um ensaio de tracção na zona de fractura, sendo que os tramos de (a) a (d) descrevem as várias etapas do aparecimento das microfendilhações:

- (a) Mesmo para baixos valores de tensão podemos observar algumas microfendas neste tramo, sendo estas justificadas pela segregação da interface entre agregados e a restante mistura cimentícia, retracções ou expansão térmica;
- (b) neste tramo as microfendilhações acontecem devido à propagação das tensões de tracção;
- (c) acumulação das microfendas;
- (d) Com o acumular de micro fendilhação, nesta etapa ocorre a transição da microfendilhação para macrofendilhação.

Segundo Dimande [6], os modelos bi-linear e não linear, sendo o bi-linear o mais usual na literatura, surgem de modo a cobrir também as teorias da não linearidade do betão e dos

mecanismos de fractura não lineares.

O modelo bi-linear (ver Figura 2.8 d) é descrito de acordo com Yuan [20]: a tensão de corte aumenta de forma linear com o deslizamento interfacial até que se atinge a tensão máxima e obtendo assim o (S_{max}), de seguida a tensão de corte vai reduzindo também de forma linear até que atinge um valor nulo, ou seja S_{ult} . Ao atingir este valor de tensão ($\tau = 0$) implica que já foi atingido o patamar da macro-fendilhação ou seja as forças de atrito e a interligação dos agregados ao longo da junta colada podem ser ignoradas. Resultados experimentais produzidos por outros autores demonstram que este modelo pode funcionar apenas como aproximação, pois não consegue descrever com precisão as não linearidades inerentes aos fenómenos do betão.

O modelo não linear Figura 2.8 e), tem a vantagem de consistir em apenas uma função exponencial, na qual reflecte o comportamento não linear pré e pós-pico de forma mais precisa aos restantes modelos aqui citados. Várias fórmulas descritas na literatura são baseadas na relação *bond-slip*, sendo que ao adoptar a alusiva função exponencial apenas é necessário conhecer dois parâmetros: tensão de aderência máxima e o deslizamento correspondente à tensão de aderência máxima.

O comportamento da lei *bond-slip* não linear pode ser descrito segundo Dimande, [6], e representado no lado esquerdo da Figura 2.10 da seguinte forma: muito próximo da origem é obtida uma relação *bond-slip* linear adequando-se ao comportamento adesivo (ponto A). Com o incremento de carga desenvolvem-se as microfendilhações perto da camada adesiva ocorrendo segregação da interface entre agregados e a restante mistura cimentícia (nesta fase um aumento na resistência pode ser obtido através de uma preparação eficaz da superfície do betão, fazendo com que seja o agregado a criar a interface com o adesivo ao invés da pasta de cimento). O desenvolvimento das microfendilhações sucedem-se até que seja atingido a resistência ao corte da ligação (Ponto B), assim chegamos ao tramo descendente da curva *bond-slip* (do ponto B ao C), que equivale ao início e posterior desenvolvimento da fendilhação horizontal entre agregados a poucos milímetros acima da camada de adesivo, produzindo por fim a rotura da ligação.

Do lado direito da Figura 2.10, está ilustrado o comportamento típico da aderência de ensaio de corte duplo segundo os parâmetros até agora referidos, ou seja: tensões de aderência e deslizamento ao longo do comprimento colado. Neste tipo de ensaio e ainda segundo [6], a principal característica de aderência do ensaio de corte é a tensão de pico que se move com

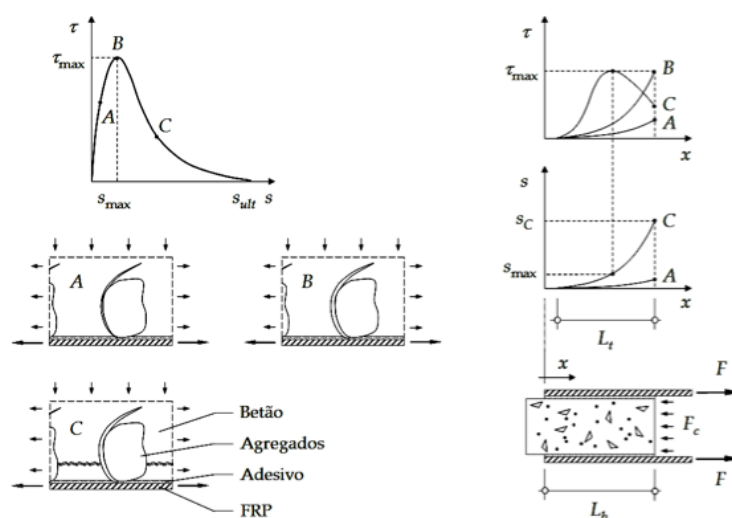


Figura 2.10: Mecanismo e comportamento experimental da aderência, adaptado de [18]

o incremento da fendilhação na ligação, com o aumento do carregamento. À esquerda do pico de tensões (ponto A) o carregamento é praticamente elástico. À direita (Ponto C) o aumento do carregamento conduz a fendilhação da interface tornando consequentemente a um estado irreversível. A força máxima que pode ser ancorada ou transmitida ao FRP é alcançada quando o deslizamento excede o seu valor último (S_{ult}) e depende da eficácia da ancoragem ou do comprimento de transferência (L_t).

Na Figura 2.11, observa-se que as tensões de aderência se desenvolvem ao longo do comprimento de colagem (L_b), até que seja atingido o comprimento de transferência (L_t), comprimento para o qual não haverá um aumento das tensões de aderência. A partir deste momento as tensões de aderência iniciam um processo de migração ao longo do comprimento reforçado / colado sem que haja aumento das forças aplicadas ao sistema.

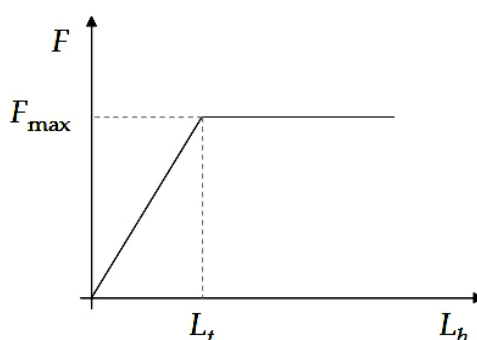


Figura 2.11: Relação entre a máxima força transmitida ao FRP e o comprimento de colagem, adaptado de [1]

2.7 Métodos numéricos

Com o avanço tecnológico, disponibilidade de equipamento e acessibilidade aos mais variados tipos de software, a utilização da modelação numérica continua em crescente utilização.

Nos dias correntes, sabe-se que o colapso prematuro e inesperado dos mais diversos tipos de estruturas de betão armado, deve-se em parte a microfendas que posteriormente desencadeavam e seriam as causadoras do colapso, assim sendo a utilização da modelação numérica quando utilizada com precisão permite dimensionar ou resolver problemas de dimensionamento insuficiente. O aproveitamento desta ferramenta é feito em grande escala, pois nos dias correntes é uma das ferramentas computacionais mais fortes na engenharia. A sua utilização permite reduzir custos e aumentar a rapidez de análises ao invés dos sistemas tradicionais, como ensaios laboratoriais.

Na parte que se refere ao estudo da ligação de materiais distintos, mais concretamente na ligação de materiais compósitos ao betão ou ao aço, a modelação numérica apresenta consideráveis benefícios, exemplificados nos subcapítulos 2.7.1 e 2.7.2. No presente trabalho procurou-se modelar o comportamento micro-mecânico da ligação entre um compósito de FRP com um substrato rígido. As modelações numéricas devem ser planeadas de forma a potenciar a informação útil a retirar, evitando análises dispersivas e com elevada complexidade, pois os materiais e posteriormente as acções podem ser simulados através de uma malha de elementos finitos ou discretos, a discretização das malhas pode ser simples ou mais complexas, enquanto as acções e o comportamento do material, peça ou estrutura pode ser definindo através de modelos de comportamento, acções, análises mecânicas estáticas ou dinâmicas.

Os modelos de base contínua e os de base discreta é uma possível distinção na modelação numérica, sendo que nos modelos de base contínua é simulado a resposta macroscópica dos materiais aplicando modelos constitutivos globais. Por sua vez os modelos de base discreta é possível simular as propriedades individuais de cada elemento constituinte do material e sua interacção, prevendo as propriedades fundamentais dos materiais.

Aplicando a análise de base discreta, por exemplo, à ligação de materiais compósitos ao betão, é possível distinguir as partículas do betão entre agregados e vazios ou ainda uma separação dos materiais compósitos reforçados com fibras, tendo cada um destes elementos características distintas.

Os modelos de base discreta, ou modelos micromecânicos, existentes são:

- Método de elementos finitos (MEF);

- Método de elementos discretos (MED);

Cada um dos modelos referidos apresenta vantagens e limitações. A decisão de um destes, depende do objectivo de aplicação pretendido.

2.7.1 Método dos elementos finitos (MEF)

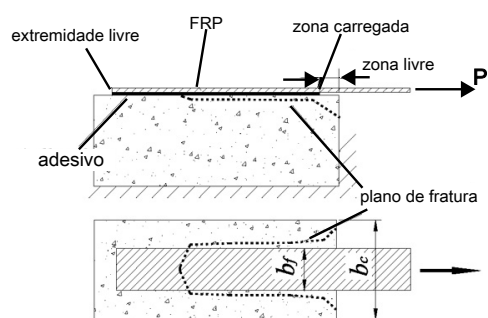
O Método dos Elementos Finitos (MEF), tem como objectivo a análise de estados de tensão e deformação de um material ou estrutura sujeita a acções exteriores, consistindo na resolução aproximada de equações diferenciais parciais (EDP). As suas soluções são baseadas na eliminação completa das equações diferenciais, ou seja, na transformação das EDP num sistema aproximado de equações diferenciais ordinárias, que são então resolvidas com o uso de técnicas *standard* como o método de Euler, Runge-Kutta, etc.

No âmbito geral, as primeiras classificações aquando de uma resolução segundo MEF são: geometria, modelo do material constituinte, acções aplicadas (cargas móveis ou cargas com distribuição em função do tempo) e simplificações possíveis.

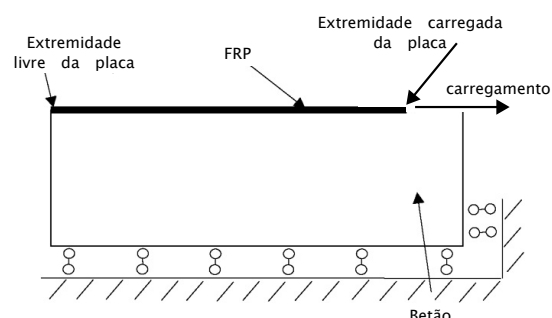
A utilização do MEF dá ao utilizador a possibilidade de efectuar uma análise dinâmica ou estática, sendo que no caso de uma análise dinâmica é necessário a consideração das forças de inércia associadas às acelerações a que estão sujeitas cada elemento, por sua vez em alguns casos é considerado que as acções aplicadas são suficientemente lentas para aplicar uma análise dinâmica, não sendo necessário a aplicação da forças de inércia e passando a análise a designar-se por análise estática.

Uma das desvantagens do MEF tem como fundamento a mecânica dos meios contínuos, utilizando modelos contínuos em que a micro-estrutura está homogeneizada, o que no caso do betão não traduz a realidade.

No que concerne à simulação da geometria de uma peça ou estrutura o MEF tem algumas vantagens como a possibilidade de considerar modelos estruturais complexos (por exemplo com descontinuidades). Também traz consigo uma outra importante desvantagem a qual reside na complexidade em simular a alteração de geometria dos contactos entre partículas durante o ensaio de carregamento. O MEF é nos dias correntes o modelo numérico com maior popularidade no estudo do comportamento da ligação de polímeros reforçados com fibra a outros materiais, tendo como objectivo na maioria dos estudos a reprodução do comportamento da interface que une os materiais, tentando desta forma entender os vários factores que influenciam a rotura desta ligação. Lu *et al.* [19] apresentou um modelo de elementos finitos meso-escala, de forma a simular as falhas do descolamento interfacial num ensaio de corte simples à tracção (Figura2.12).



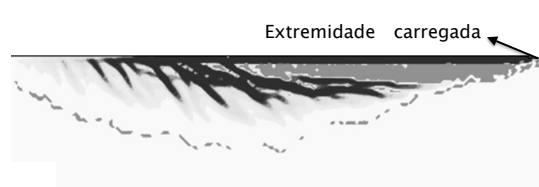
(a) Esquema real do ensaio de corte simples



(b) Esquema do ensaio segundo o método dos elementos finitos

Figura 2.12: Ensaio de corte simples, adaptado [20]

Segundo os autores, existem duas possíveis abordagens para a simulação da descolagem entre FRP e o betão reforçado, numa primeira abordagem um modelo preditivo pode ser utilizado, através de uma camada de elementos de interface entre o FRP e o betão, especificando a cada elemento de interface as leis constitutivas (modelos *bond-slip*), dependendo o sucesso da simulação das leis constitutivas. Numa segunda abordagem, que por sua vez é utilizada pelos autores para descrever o comportamento da ligação, o descolamento é simulado directamente através da modelação da abertura de fendas e falhas nos elementos do betão adjacentes ao adesivo. Nesta abordagem ao invés de elementos de interface, o comportamento do descolamento é regido utilizando um modelo constitutivo para o betão. Para Lu *et al.* [19], as vantagens da utilização da segunda abordagem é a capacidade desta prever a relação *bond-slip* para posteriormente ser utilizada num modelo onde é utilizada a primeira abordagem, outra vantagem é a possibilidade de observar o processo de falha. Não sendo possível observar nos ensaios laboratoriais devido à rapidez do processo (Figura 2.13).



(a) Malha mais discretizada com elementos de 0,25 mm



(b) Malha menos discretizada com elementos de 0,5 mm

Figura 2.13: Comparação dos padrões de falha com diferentes níveis de discretização, adaptado [20]

As comparações entre as previsões do modelo efectuado por Lu *et al.* [19] e os resultados dos

testes seleccionados pelos mesmos mostraram que a carga de rotura, comprimento da ligação efetivo e distribuições de deformação da placa de FRP sob diferentes níveis de carregamento podem ser previstos, sendo os padrões de falha realistas.

Godat *et al.* [21], efectuou um modelo preditivo do comportamento de vigas reforçadas com polímeros de fibra reforçados ao corte, recorrendo ao programa comercial ADINA. O objectivo geral foi desenvolver uma ferramenta numérica capaz de prever com precisão do comportamento das vigas reforçadas com FRP (colado exteriormente) ao corte. Outro dos objectivos do estudo passou por determinar o elemento de interface mais apropriada para caracterizar a interface FRP–betão.

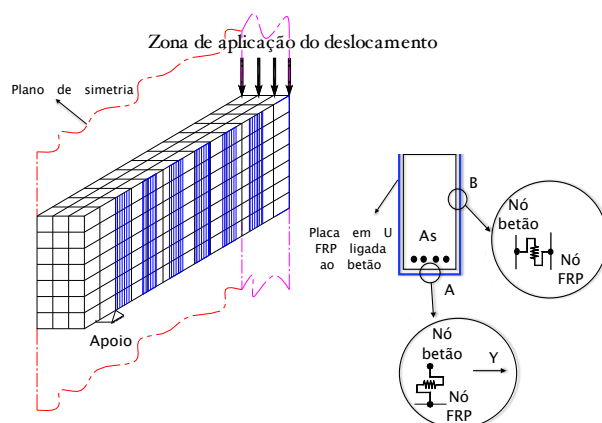


Figura 2.14: Modelo de elementos finitos criado para o estudo da ligação FRP/betão utilizando a técnica de EBR, adaptado de [21]

A partir de um conjunto predeterminado de dados experimentais (modelo *bond-slip* bi-linear), godat *et al.* [21], utilizou três tipos de elementos de interface afim de conhecer o que melhor reproduziria a lei *bond-slip* escolhida, desta forma foi utilizado: elementos de mola, (Figura 2.15a), elementos de treliça discretos, (Figura 2.15b), e elementos de treliça contínua, (Figura 2.15c).

Os autores concluíram que o modelo de elementos finitos utilizado para análise das vigas experimentais foi capaz de apanhar as tendências gerais e o comportamento com uma excelente precisão. Das diferentes abordagens para simular o comportamento da interface, os elementos de mola segundo godat *et al.* [21] foram os menos precisos, por outro lado, tanto os elementos de treliça discretos como os contínuos podem prever tanto o modo de falha da descolagem como as regiões mais gravosas de fendilhação obtidas experimentalmente.

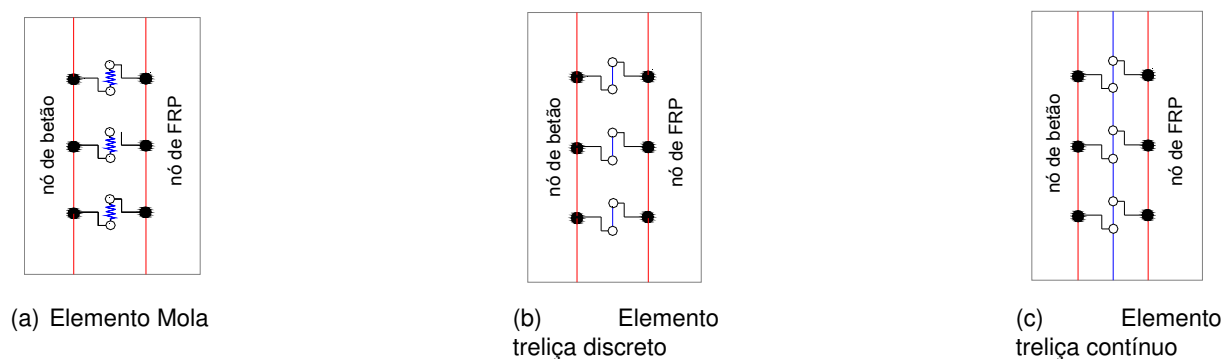


Figura 2.15: Alternativas para a modelação dos elementos de interface, adaptado [21]

2.7.2 Método dos elementos discretos (MED)

O método dos elementos discretos (MED) foi inicialmente desenvolvido por Cundall e Strack [22], com a finalidade de estudar o movimento de materiais granulares e rochosos. Com a evolução e potencialização dos meios computacionais, este método tem sido sucessivamente adaptado para os mais diversos estudos de problemas.

Actualmente, o Método dos Elementos Discretos (MED) para além das alternativas *2D* ou *3D*, dá-nos a possibilidade de tratar de problemas complexos nos diversos campos da engenharia com êxito, como a possibilidade de representação de materiais sólidos ou estudo de problemas de fluxo. A partir do conhecimento das propriedades mecânicas microscópicas das partículas de um dado material e o comportamento da interacção entre estas, o MED modela o comportamento macroscópico, físico e mecânico.

O MED consiste então, na discretização (propriedades mecânicas particulares e geometrias definidas) de um conjunto de pequenas partículas rígidas (em geral, esferas ou discos) que interagem através de contactos deformáveis, permitindo que durante o carregamento se formem e rompam contactos sucessivamente. Mesmo sendo as partículas circulares é possível recriar diversos tipos de geometria através da aglomeração de partículas.

O método dos elementos discretos surge na investigação de materiais compósitos, ainda que pouco utilizado, devido a complexidade de evolução dos danos e mecanismos de falha inerentes a este tipo de material e posteriormente a sua ligação a outros materiais. O comportamento da ligação de polímeros reforçados com fibra a outros materiais é nos dias correntes uma matéria pouco estudada segundo o método dos elementos discretos. Segundo Yang *et al.* [23], muitos ensaios da micro ligação de compósitos reforçados com fibras foram realizados para estudar a resistência interfacial. Posteriormente utilizados para avaliar as propriedades interfaciais, especialmente a força de corte da interface, todavia a rotura da

matriz e o seu efeito sobre o descolamento interfacial são difíceis de explicar em simulações utilizando o Método dos elementos finitos. Yang *et al.* [23], adoptou o método dos elementos discretos (DEM) a partir de programa com um código comercial, PFC^{2D} , para simular o processo dinâmico de ensaios sobre a micro ligação de um sistema compósito de fibra de vidro reforçada com uma matriz epóxy devido às características intrínsecas e as vantagens em modelar a fractura numa escala micro. Este modelou a fibra utilizando um modelo de *aderência paralela* devido ao seu comportamento elástico, enquanto que, tanto a matriz como a interface fibra /matriz são modeladas com um modelo de contacto *softening* (Figura 2.16).

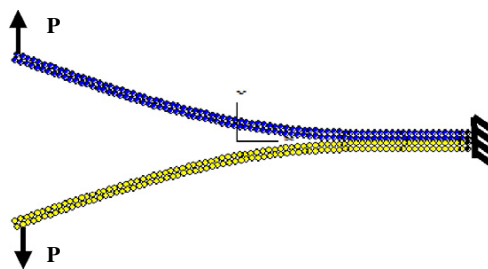


Figura 2.16: Modelo MED para calibração da interface fibra - matriz,[23]

Posteriormente à calibração da fibra e da matriz, foi criado um provete simétrico da micro-ligação fibra-resina (Figura 2.17) afim de reproduzir o comportamento da ligação de uma gota de resina sobre uma placa de fibra.

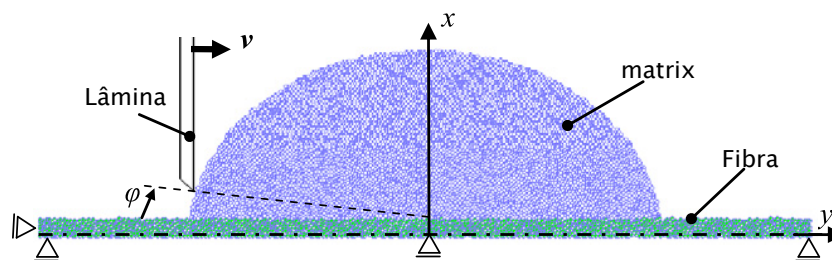


Figura 2.17: Modelo MED efectuado para reproduzir o comportamento das micro-ligações, [23]

Os ensaios de verificação do comportamento das micro-ligações, tiveram em conta o ângulo do contorno da matriz com uma lâmina que move-se horizontalmente com uma velocidade constante, colidindo com a matriz. Desta forma Yang *et al.* [23], capturaram o início e a propagação de descolamento interfacial, discretizado na Figura 2.18 desde o choque inicial (Figura 2.18a) até ao completo descolamento da matriz com a fibra (Figura 2.18c), onde os traços pretos caracterizam a cedência e a vermelho a rotura total:

Os resultados numéricos foram comparados e validados com observações experimentais

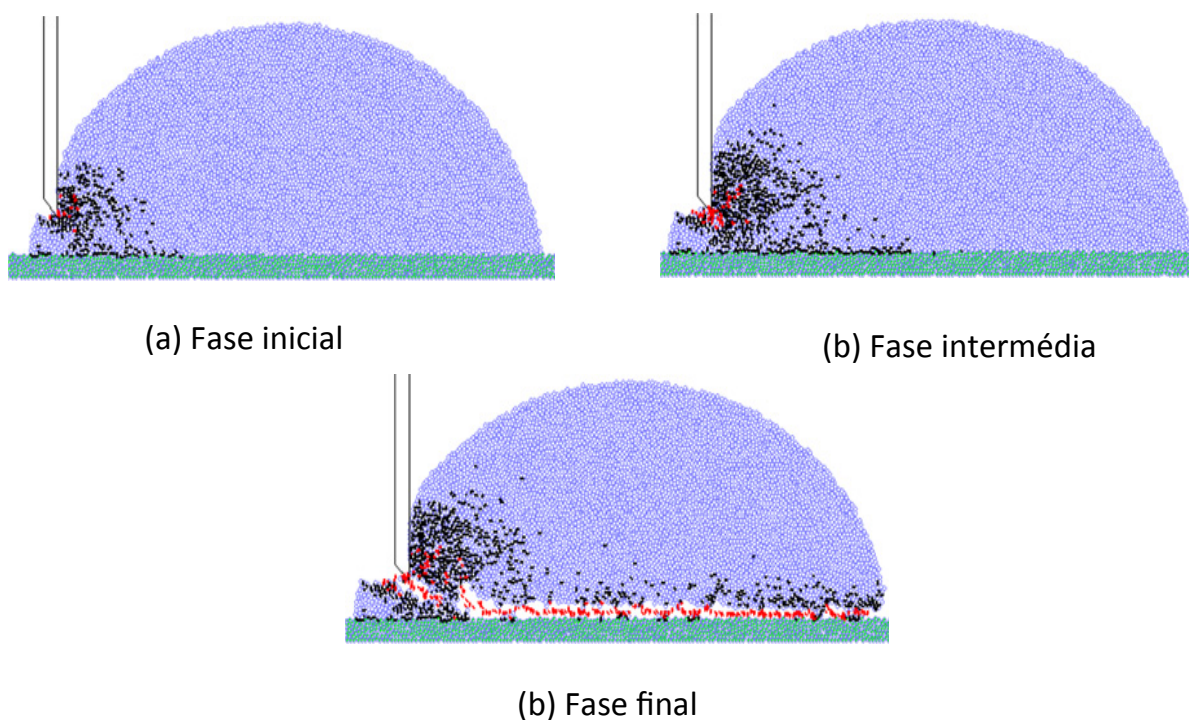


Figura 2.18: Diversas fases desde a colisão até à rotura fibra - matriz, [23]

existentes, mostrando segundo o autor que o modelo desenvolvido pode ainda ser modificado para analisar os danos materiais e estruturais em sistemas mais complexos de compósitos de fibras reforçadas.

Sheng *et al.* [24] também utilizou o código comercial PFC^{2D} para simular a abertura de fendas transversais em compósitos de FRP. Para tal, utilizou distribuições de fibras regulares, hexagonais e aleatórias para estudar o efeito da distribuição da fibra na abertura de fendas transversais num provete rectangular sob carga de tracção, representado na Figura 2.19.

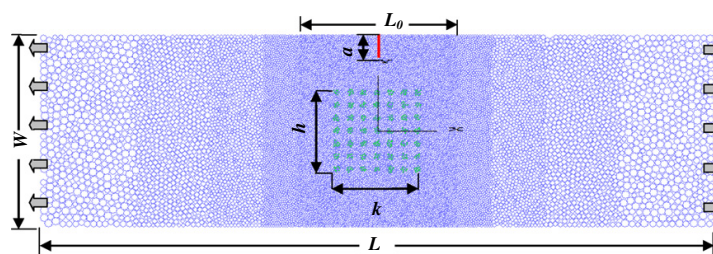
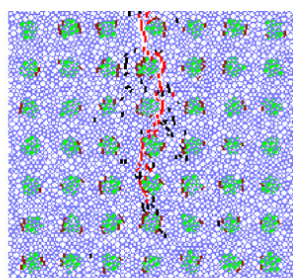


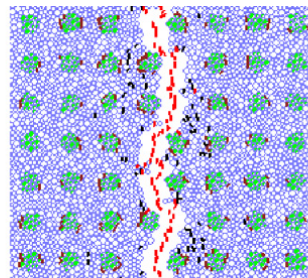
Figura 2.19: Modelo MED efectuado para simular a abertura de fendas transversais, [24]

Na Figura 2.19, as fibras (a verde) são colocadas uma pequena área quadrada no meio do

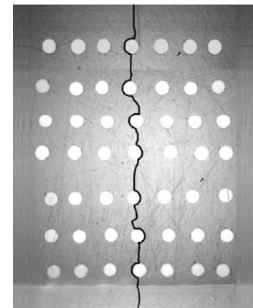
provete. De forma a assegurar que a fenda se propaga pela zona central os autores criaram uma fenda a meio vão da parte superior do provete, para posteriormente ser aplicado um deslocamento constante nas extremidades do provete. Segundo os autores, com o aumento gradual da força aplicada, a rotura é iniciada a partir da fenda pré-definida, propagando-se para a zona interior do material até atingir a rotura total. O acompanhamento deste processo foi capturado e comparado com ensaios laboratoriais realizados (ver Figura 2.20), sendo que dos ensaios realizados computacionalmente podemos observar três cores distintas na qual as pretas representam a deformação plástica da matriz, as vermelhas indicam que a energia de fractura foi atingida e finalmente as castanhas indicando que a interface entre a fibra-matriz começou a ceder.



(a) Fase inicial



(b) Fase intermédia



(c) Fase final

Figura 2.20: Processo de rotura, [25]

Desta forma, os resultados obtidos por Sheng *et al.* [24] mostraram-se em concordância com os observados experimentalmente, sendo dada relevância não só ao facto de acompanhar o processo de abertura da fenda como a possibilidade de um estudo quantitativo dos danos microscópicos dentro do material fracturado.

Capítulo 3

Modelo numérico

3.1 Introdução

No presente trabalho, o método dos elementos discretos (MED), sob o código comercial de *PFC^{2D}* [26], foi adoptado para reproduzir o comportamento do GFRP, e posteriormente usar essa informação para descrever a ligação do mesmo a outros materiais.

Na secção 3.2 é apresentado e descrito o *software PFC^{2D} - Particle flow code in 2 dimensions* - de forma a compreender os pressupostos inerentes no programa para a modelação do GFRP, bem como algumas das suas vantagens e limitações.

3.2 Particle Flow Code in Two Dimensions - *PFC^{2D}*

Desenvolvido pela empresa *Itasca Consulting Group Inc.*, o *Particle Flow Code in Two Dimensions* modela o movimento e a interacção de partículas circulares pelo método de elementos discretos a duas dimensões. O MED foi introduzido por Cundall [27] para a análise de problemas da mecânica das rochas, sendo em seguida, aplicado a materiais granulares por Cundall e Strack (1979). O *PFC^{2D}* é classificado como um código de elementos discretos com base na definição da revisão de Cundall [22], uma vez que permite deslocamentos finitos e rotações de corpos discretos, incluindo total separação das partículas e reconhecendo novos contatos automaticamente, conforme o cálculo progride. Tendo em conta que o *PFC^{2D}* restringe as partículas a um formato circular rígido, este pode ser visto como um método simplificado de implementação do MED, pois de um modo geral o MED permite a manipulação de partículas com uma geometria poligonal.

Por ser bi-dimensional, o modelo presente no PFC^{2D} considera duas componentes de força e uma de momento, ao invés das três componentes de força e de momentos que devem estar presentes numa assembleia de partículas tridimensional. Assim, neste modelo, apenas será considerado para as equações de movimento ou nas leis de força-deslocamento as duas componentes de força no plano de análise e o momento considerado é o perpendicular ao plano. Em termos espaciais, poderá ser considerado um modelo representado por cilindros ou por esferas cujos centros de gravidade se encontram sobre o mesmo plano.

O PFC^{2D} [26], na sua análise assume os seguintes pressupostos:

- As partículas comportam-se como corpos rígidos;
- Os contactos entre partículas ocorrem numa área muito reduzida (ou seja, num ponto);
- As partículas podem sobrepor-se umas às outras nos pontos de contacto;
- A magnitude da sobreposição esta relacionada com a força de contacto através da lei de força-deslocamento, e todas as sobreposições são pequenas comparativamente com o tamanho das partículas;
- Podem existir ligações nos contactos entre partículas;
- Todas as partículas são circulares, no entanto, podem formar-se "aglomerados de partículas" de forma arbitrária que actuam como um corpo rígido com superfície deformável (apeladas de "CLUMP").

A modelação baseia-se na aplicação da lei do movimento às partículas, e na aplicação da lei da força-deslocamento aos contactos. Desta forma a posição e velocidade de cada partícula é determinada através da segunda lei de Newton uma vez conhecidas as forças atuantes. Por outro lado a lei da força-deslocamento é utilizada para relacionar o conjunto de forças a atuar num corpo com o movimento relativo do corpo em relação aos corpos vizinhos, [26].

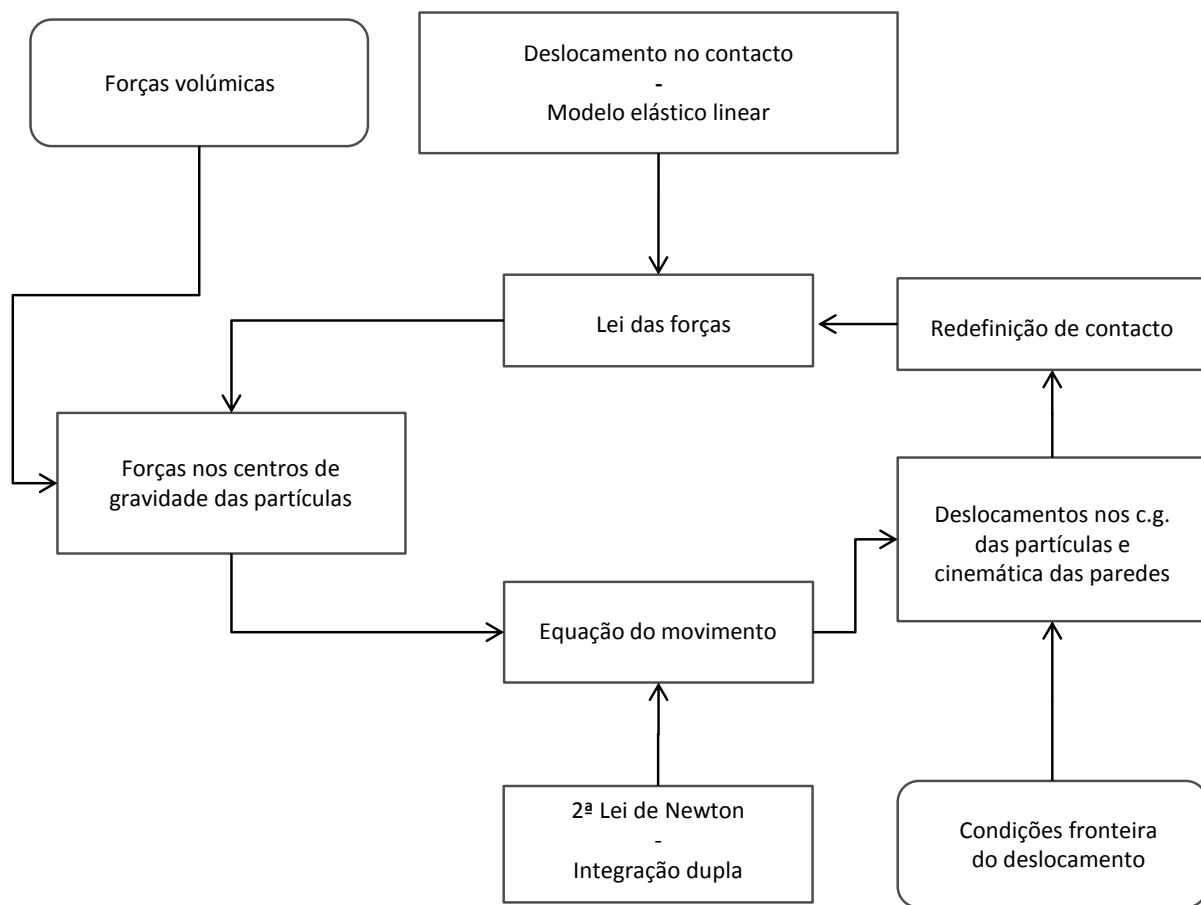


Figura 3.1: Ciclo genérico de cálculo, adaptado de [28]

Quando a deformação global do sistema físico for causada maioritariamente pelo movimento das partículas nas interfaces, rotações e escorregamentos e não pela deformação das próprias partículas, deverá ser aceite o pressuposto da rigidez das partículas. Segundo Micaelo [29] um estudo conduzido por Gethin et al. [30] uma interpenetração até a um limite de 10% não afecta a análise cinemática enquanto para Nazer [31] valores aceitáveis poderão atingir uma interpenetração de 20%.

Apesar de ser um software destinado a materiais granulares, o comportamento de um corpo contínuo pode ser simulado, através de uma assembleia compacta de muitas partículas de dimensão reduzida. As quantidades médias de tensão e extensão podem ser obtidas através de círculos de medição no qual simulam uma área de medição representativa do sistema.

É de notar que, para além de partículas, o PFC^{2D} pode moldar "paredes" na qual poderão ser definidas condições fronteira a um ensaio ou aplicar velocidades com intuito de simular ensaios destinados a compressão ou confinamento. Uma partícula interage com qualquer

outra partícula ou parede, o contacto parede-parede não é possível.

3.2.1 Ciclos e passo de cálculo mecânico

O ciclo de cálculo utilizado pelo PFC^{2D} consiste na aplicação de algoritmo que de forma consecutiva, aplica a lei do movimento a cada partícula e da lei da força-deslocamento a cada contacto, criando um ciclo de cálculo demonstrado na Figura 3.2.

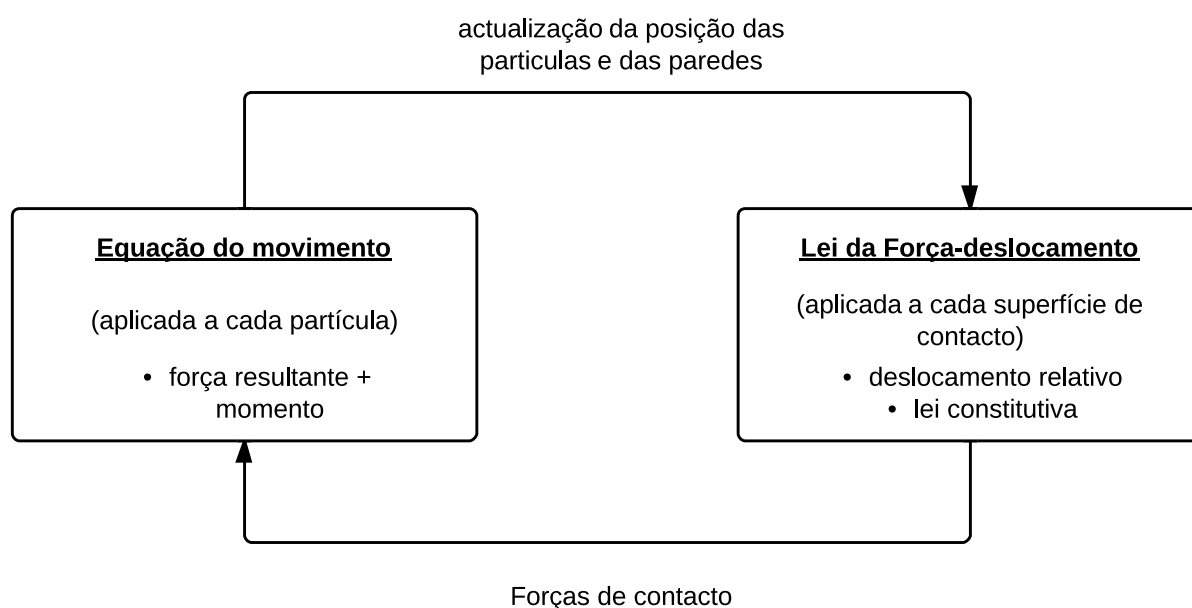


Figura 3.2: Ciclo de cálculo do PFC^{2D} , adaptado de [26]

A lei do movimento (2ª lei de Newton) é aplicada para cada partícula para actualizar a velocidade e posição com base na força e momento resultantes das forças de contacto e inércia a actuar na partícula. A posição das paredes é também actualizada com base nas velocidades destas.

Lei da Força-Deslocamento

A lei é aplicada aos contactos partículas-partículas e partícula-parede, sendo descrita em termos de um ponto de contacto $x_i^{[C]}$ pertencente ao plano de contacto definido pelo vector n_i , estando representado na Figura 3.3

É na área de interpenetração dos dois elementos que se encontra o ponto de contacto, no caso de contacto partícula-partícula o ponto de contacto está na linha que liga os centros das partículas (ver Figura 3.3). De acordo com a expressão 3.1 a força de contacto é decomposta

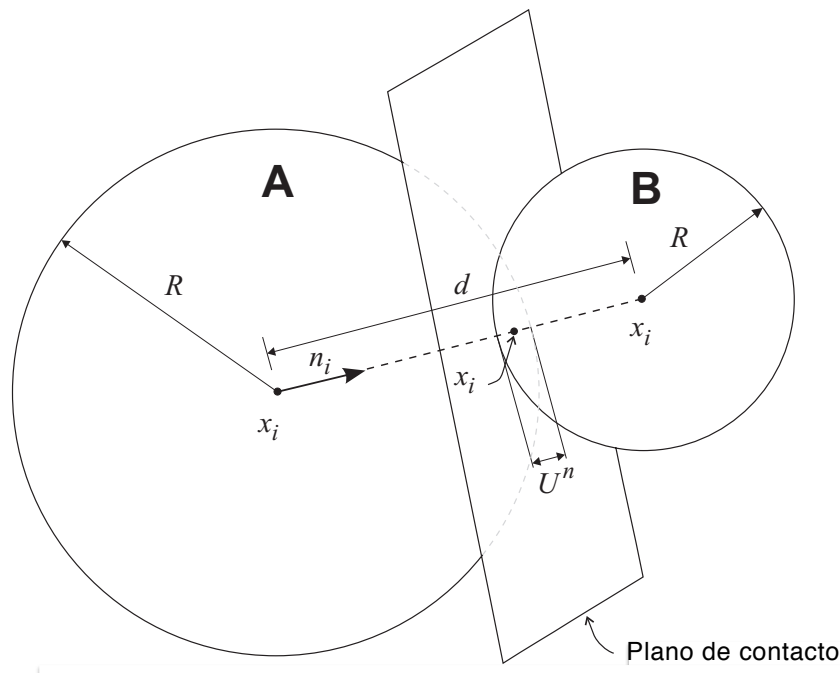


Figura 3.3: Notação utilizada para descrever o contacto partícula-partícula, adaptado de [26]

numa componente normal (F_i^n), que actua na direcção do vector normal, e uma componente de corte (F_i^s), que actua no plano do contacto. A lei da força-deslocamento combina as duas componentes da força com o respectivo deslocamento relativo através da rigidez de contacto normal e de corte.

$$F_i = F_i^n + F_i^s \quad (3.1)$$

Em que :

F_i - Força não equilibrada na partícula;

F_i^n - Força de contacto normal;

F_i^s - Força de contacto de corte

A força de contacto normal é calculada através da expressão 3.2

$$F^n = K^n \times U^n \quad (3.2)$$

sendo K^n o módulo de rigidez normal definido com base no modelo de contacto definido e U^n o valor total do deslocamento;

O módulo de rigidez normal, K^n , é um módulo secante e é definido com base no modelo de contacto definido, por sua vez o módulo de rigidez ao corte, K^s , é um módulo tangente e como

tal relaciona a força com o deslocamento incremental em cada passo de cálculo. Num instante inicial à criação do contacto as forças actuantes são nulas. A um incremento de passos de cálculo cada deslocamento de corte relativo, ΔU^s , existente originará um incremento da força de corte, ΔF^s , fazendo com que a força de contacto de corte, F^s , corresponda ao somatório de cada incremento de força de corte, ΔF^s .

$$\Delta F^s = -F^s + \Delta F^s \quad (3.3)$$

$$\Delta F^s = -K^s \times \Delta U^s \quad (3.4)$$

Lei do movimento - 2ª Lei de Newton

O movimento de uma partícula rígida é determinado pela força e momento resultantes actuando sobre ela, e pode ser dividido em dois movimentos: movimento de translação de um ponto da partícula ou por um movimento de rotação da partícula. O movimento de translação do centro de massa da partícula é descrito pela posição x_i , velocidade \dot{x}_i e aceleração \ddot{x}_i , enquanto o movimento de rotação w_i é descrito pela velocidade angular \dot{w}_i e aceleração angular \ddot{w}_i .

A equação para o movimento de translação, na forma vectorial, sem amortecimento, é dada pela expressão 3.5.

$$F_i = m \times (\ddot{x}_i - g_i) \quad (3.5)$$

em que :

F_i - Soma das forças externas aplicadas na partícula;

m - Massa total da partícula;

\ddot{X}_i - Aceleração da partícula;

g_i - Aceleração da gravidade.

A equação do movimento de rotação, na forma vectorial, para partículas esféricas ou cilíndricas, é descrita pela expressão 3.6:

$$M_3 = I\dot{w}_3 = (\beta mr^2)\dot{w}_3 \quad (3.6)$$

em que:

M_3 - Momento total aplicado na partícula (de notar que no PFC^{2D} usa-se apenas uma componente do momento);

I - Momento de inércia;

\dot{w}_3 - Aceleração angular da partícula;

β - Coeficiente que traduz a forma da partícula (considera-se 2/5 para esférica e 1/2 para cilíndrica);

r - Raio.

As equações do movimento, dadas pelas expressões 3.5 e 3.6, são integradas utilizando o método das diferenças finitas centradas, com um passo de cálculo δt . Os parâmetros \dot{w}_i e w_{i3} são calculados para cada intervalo de $t \pm n\Delta t/2$, e os parâmetros x_i , \ddot{w}_i , F_i e M_3 são calculados para os instantes finais ou iniciais do intervalo $t \pm n\Delta t$.

A lei do movimento não é aplicável a paredes. A nova posição das paredes é determinada com base nas velocidades impostas pelo utilizador, que não sofrem alteração devido a interação com os restantes elementos.

Tal como anteriormente frisado, as equações do movimento são integradas usando um algoritmo de diferenças centradas. Durante o passo de cálculo assumem-se a velocidade e a aceleração como constantes. Deste modo o valor terá de ser baixo para que os erros não se propaguem para além das partículas vizinhas em análise. Generalizando ao sistema global, o procedimento necessita que o passo de cálculo seja adequado às dimensões e propriedades em análise, ou seja menor que o valor crítico, para que as soluções encontradas mantenham a estabilidade.

O PFC^{2D} estima o passo de cálculo crítico no início de cada ciclo. Por segurança este define o passo de cálculo como uma percentagem do crítico estimado. Tendo em consideração um sistema massa-mola o intervalo de tempo crítico é calculado pela expressão 4.7, [26],

$$t_{crit} = \frac{T}{\pi} \quad (3.7)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.8)$$

desta forma, T representa o período da mola, k a rigidez da mola e m a massa.

No que concerne a um sistema composto por infinitos sistemas simplificados, o menor período ocorre quando as massas se deslocam em movimentos opostos sincronizados com valor nulo no centro das molas. Posto isto o intervalo de tempo crítico para este sistema é dado por:

$$t_{crit} = 2\sqrt{\frac{m}{4k}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.9)$$

3.2.2 Modelos constitutivos de contacto

Tal como frisado nas considerações da lei da força-deslocamento, em cada ciclo as forças normais e de corte são determinadas com base na rigidez e nos deslocamentos. A rigidez, normal e de corte, é função do modelo de contacto definido pelo utilizador. Neste trabalho foram utilizados dois modelos de contacto distintos disponíveis no PFC^{2D} , sendo:

- Modelo de Contacto Elástico Linear;
- Modelo de contacto aderência paralela;

Modelo de Contacto Elástico Linear

No modelo de contacto elástico linear considera que actuam duas molas em série no contacto, seja para contactos partícula-partícula ou partícula-parede, obtendo-se as seguintes expressões 3.10 e 3.11 para a rigidez normal e ao corte:

$$K^n = \frac{k_n^{\left[A \right]} k_n^{\left[B \right]}}{k_n^{\left[A \right]} + k_n^{\left[B \right]}} \quad (3.10)$$

$$K^s = \frac{k_s^{\left[A \right]} k_s^{\left[B \right]}}{k_s^{\left[A \right]} + k_s^{\left[B \right]}} \quad (3.11)$$

em que $\left[A \right]$ e $\left[B \right]$ identificam as duas entidades de contacto.

Modelo de deslocamento bi-linear

O modelo de deslocamento bi-linear descreve o comportamento das ligações em regime elástico, e representa a deformação plástica através da linearidade do seu segundo tramo, suavizando a força de contacto após atingir a sua tensão máxima. O presente modelo tem as seguintes propriedades: sof_{knc} que representa a rigidez normal em compressão; sof_{knt} que representa a rigidez normal em tracção; sof_{ks} rigidez de corte; sof_{ftmax} Força resitente normal, (F_c^n) ; sof_{fsmax} Força resitente ao corte, (F_c^s) ; sof_{fric} coeficiente de atrito; sof_{rfric} coeficiente

de atrito residual; sof_{uplim} deformação plástica acumulada, para o qual o tramo descendente tende para 0.

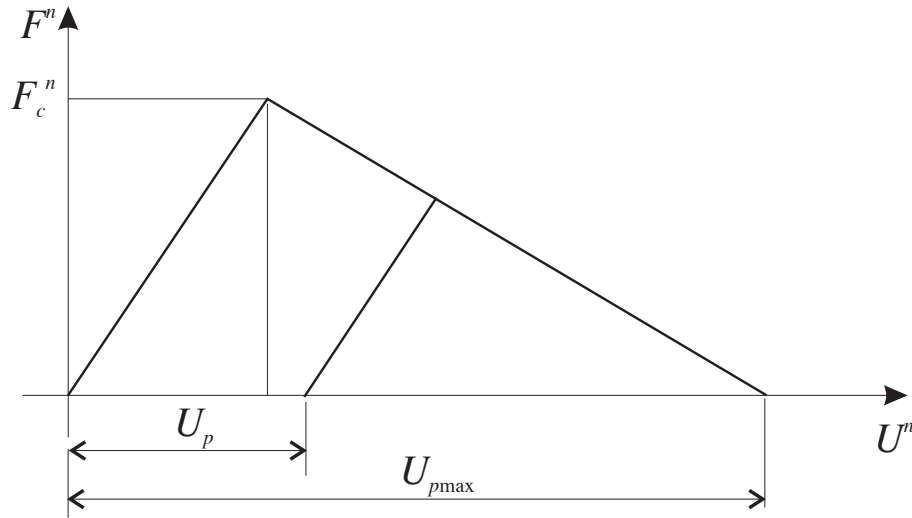


Figura 3.4: Modelo bi-linear, [26]

No PFC^{2D} , as tensões nos contactos com o modelo de deslocamento bi-linear, são tomadas como as tensões médias entre as duas partículas em contacto, como calculado abaixo:

$$\sigma_{kmax} = \frac{F_c^k}{A} = \frac{F_c^k}{2Rt} \text{ com } k = n, s \quad (3.12)$$

$$R = \frac{1}{2} (R_1 + R_2) \quad (3.13)$$

onde R_1 e R_2 são os raios das duas partículas em contacto e t é a dimensão fora do plano (largura). Em puras condições esforço normal simples ou de corte simples, a ligação começa a ceder quando a força excede a força máxima e a rotura só acontece quando a energia de fratura é atingida. Na situação de fratura III, a força resistente da ligação, F_{max} , é calculada a partir dos dois parâmetros de resistência (F_c^n e F_c^s em unidades de força) em função da orientação actual da força de contacto. Supõe-se que a força de contacto varia como função linear do ângulo, α :

$$F_{max} = \left(1 - \frac{2\alpha}{\pi}\right) \cdot F_c^n + \frac{2\alpha}{\pi} \cdot F_c^s \quad (3.14)$$

onde α representa o ângulo entre as direcções da força de contacto e do segmento de recta que liga os centros das partículas. O valor da tensão da ligação a cada instante é determinada

pela comparação da força de contacto daí resultante, ou seja:

$$F = \sqrt{F^{n2} + F^{s2}} \quad (3.15)$$

com a força de contacto. Assim sendo a ligação quebra quando:

$$F > F_{max} \quad (3.16)$$

O deslocamento plástico máximo, U_{pmax} é calculado a partir dos deslocamentos nas direcções normais e de corte. Em cada passo computacional, os incrementos normais e de corte plásticos são submetidos a uma condição de consistência:

$$(\Delta U_p)^2 = (\Delta U_p^n)^2 + (\Delta U_p^s)^2 \quad (3.17)$$

$$\frac{\Delta U_p^n}{\Delta U_p^s} = \tan \alpha \quad (3.18)$$

quando o deslizamento plástico é atingido:

$$\sum |\Delta U_p| \rightarrow U_{pmax} \quad (3.19)$$

A taxa da energia de fractura pode ser calculado por:

$$G = \frac{1}{2} \cdot \sigma_n \cdot U_p^n + \frac{1}{2} \cdot \sigma_s \cdot U_p^s = \frac{1}{2} \cdot \sigma_n \cdot \sum |\Delta U_p^n| + \frac{1}{2} \cdot \sigma_s \cdot \sum |\Delta U_p^s| \quad (3.20)$$

σ_n e σ_s são as tensões normais e de corte da ligação, quando ocorre a rotura, ou seja, as equações. (13) e (14) estão satisfeitos.

3.2.3 Critérios de rotura

Modelo de Mohr-Coulomb ou deslizamento

O modelo de Mohr-Coulomb é o critério predefinido no PFC^{2D} para a resposta do contacto à força de corte e normal. Deste modo, a força máxima de corte que o contacto permite, provem da equação 3.21 :

$$F_{max}^s = \mu \left| F_t^n \right| \quad (3.21)$$

em que:

μ - coeficiente de atrito;

F_i^n - força de contacto normal.

Para uma da força de corte que exceda a máxima força de corte admissível implica que haja escorregamento e a força máxima de corte assumirá o valor da força calculada na expressão 3.21.

Modelos de contacto com aderência

O PFC^{2D} permite que as partículas sejam ligadas através de um conjunto de contactos. O *software* apenas suporta dois modelos de ligação:

- Modelo de aderência pontual;
- Modelo de aderência paralela;

Modelo de aderência pontual

No modelo de aderência pontual o contacto acontece num ponto infinitesimal permitindo a transferência apenas de uma força, enquanto no modelo de aderência paralela o contacto actua sobre uma área (secção circular ou rectangular) existente entre as partículas, sendo que neste caso é possível haver transferência de uma força e um momento.

O Modelo de aderência pontual e o Modelo de aderência paralela podem actuar em conjunto, mas nestes casos a presença da "aderência pontual" inactiva o modelo de escorregamento.

O modelo aderência pontual pode ser entendido como um par de molas elásticas com rigidez normal e de corte constantes actuando no ponto de contacto, sendo este modelo definido pelas forças máximas resistentes. Se o valor da força de contacto normal exceder (tracção) a força máxima resistente o contacto quebra e as forças de corte e normal assumem o valor nulo, por outro lado se a força de corte igualar ou exceder a força resistente ao corte o contacto quebra, no entanto as forças mantêm-se caso a força de corte não exceda a força máxima de Mohr-Coulomb e a força normal seja de compressão. Na Figura 3.5 é apresentado graficamente o comportamento para este tipo de aderência, sendo que F^n é a força normal ($F^n > 0$, indica tracção), U^n é o deslocamento relativo normal ($U^n > 0$, indica sobreposição de partículas), F^t é a força de corte, e o U^s deslocamento de corte total medido relativamente à posição do ponto de contacto quando este teve inicio.

Modelo de aderência paralela

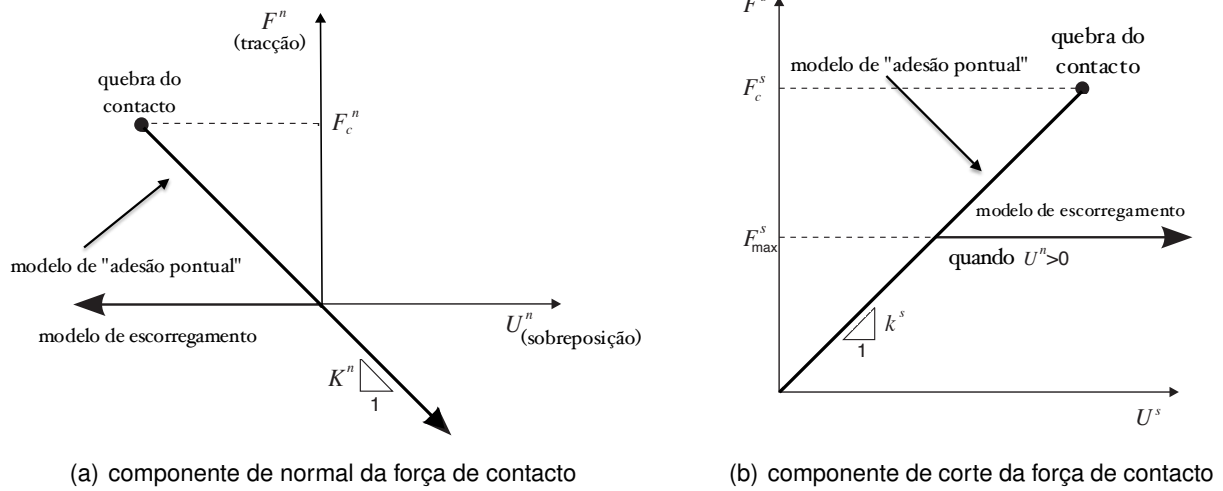


Figura 3.5: Comportamento de um contacto com modelo “aderência pontual”, [26]

O modelo de aderência paralela pode ser simulado como um conjunto de molas elásticas com rigidez normal e de corte constantes, uniformemente distribuídas por uma área definida (secção transversal circular ou rectangular) pelo plano de contacto e centrada no ponto de contacto. O modelo de aderência paralela representa o comportamento das partículas ligadas por um material cimentício depositado entre as partículas, conforme exemplificado na Figura 3.6. A existência de um modelo de aderência paralela não exclui a possibilidade de escorregamento.

Após a criação de um modelo de aderência paralela, havendo um movimento relativo no contacto é desenvolvida uma força e ou um momento no modelo de aderência paralela que liga as partículas. Esta força e momento actuam sobre as duas partículas ligadas e podem ser relacionadas às tensões máximas normais e de corte, $\bar{\sigma}_c$ e $\bar{\tau}_c$ respectivamente. Se qualquer uma destas tensões máximas exceder a força da ligação correspondente, ocorre a quebra da aderência paralela.

A força e o momento total associados a este tipo de aderência são denotados por \bar{F}_i e \bar{M}_3 , com a convenção demonstrada na Figura 3.6. O vector de força pode ser dividido nas suas componentes normais e de corte em relação ao plano de contacto, sendo:

$$\bar{F}_i = \bar{F}_i^n + \bar{F}_i^s \quad (3.22)$$

em que, \bar{F}_i^n e \bar{F}_i^s representam as componentes normais e de corte. A componente normal do vector da força pode ser expresso através de:

$$\bar{F}_i^n = (\bar{F}_j n_j) n_i = \bar{F}^n n_i \quad (3.23)$$

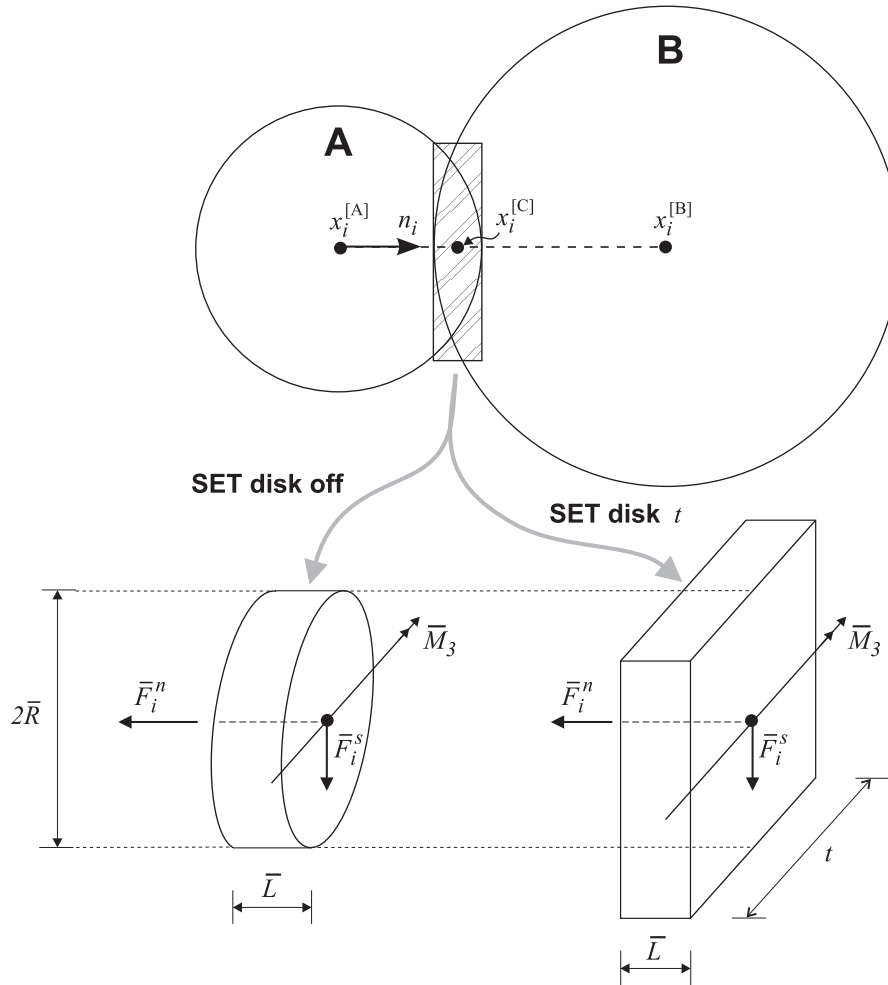


Figura 3.6: Representação de um contacto com aderência paralela activa, [26]

Assim sendo, quando a ligação é criada, \bar{F}_i e \bar{M}_3 são iniciados com valor nulo, e como referido anteriormente a cada deslocamento relativo ou incremento na rotação resultará num incremento da força elástica e no momento que é adicionado aos valores correntes, sendo tais incrementos calculados durante o passo de cálculo Δt da seguinte forma.

$$\Delta \bar{F}_i^n = (-\bar{k}^n \Delta U^i) n_i \quad \Delta \bar{F}_i^s = -\bar{k}^s A \Delta U^i \quad \text{com } \Delta U_i = V_i \Delta t \quad (3.24)$$

No caso de contacto partícula-partícula, n_i representa o vector normal unitário que define o plano de contacto e é dado por:

$$n_i = \frac{x_i^{[B]} - x_i^{[A]}}{d} \quad (3.25)$$

sendo $x_i^{[B]}$ e $x_i^{[A]}$ a posição dos vectores no centro das partículas, e d é a distancia entre os centros das partículas, podendo ser definido para o caso em que o contacto é efectuado entre partícula-partícula por:

$$d = \left| x_i^{[B]} - x_i^{[A]} \right| = \sqrt{(x_i^{[B]} - x_i^{[A]}) \cdot (x_i^{[B]} - x_i^{[A]})} \quad (3.26)$$

O incremento do momento elástico é calculado através de:

$$\Delta \bar{M}_3 = -\bar{k}^n I \Delta \theta_3 \quad (3.27)$$

com

$$\theta_3 = \left(w_3^{[B]} - w_3^{[A]} \right) \Delta t \quad (3.28)$$

em que :

A - é a área da secção transversal da ligação;

I - é o momento de inércia da secção transversal sobre o eixo através do ponto de contacto na direcção de $\Delta \theta_3$.

As tensões máximas de tracção e corte a agir na periferia das ligações são calculadas através de:

$$\sigma_{max} = \frac{-\bar{F}^n}{A} + \frac{|\bar{M}_3|}{I} \bar{R} \quad (3.29)$$

$$\tau_{max} = \frac{|\bar{F}_i^s|}{A} \quad (3.30)$$

em que, a área e a inércia, A e I respectivamente são dados por:

$$A = \begin{cases} \pi \bar{r}^2 & (\text{seccão transversal circular}) \\ 2\bar{r}t & (\text{seccão transversal rectangular}) \end{cases} \quad (3.31)$$

$$I = \begin{cases} \frac{1}{4}\pi \bar{r}^4 & (\text{seccão transversal circular}) \\ \frac{2}{3}t\bar{r}^3 & (\text{seccão transversal rectangular}) \end{cases} \quad (3.32)$$

Assim sendo se a tensão de tracção aplicada, ultrapassa o valor da tensão normal máxima ($\sigma_{max} \geq \bar{\sigma}_c$) ou a tensão de corte aplicada exceder a tensão de corte máxima ($\tau_{max} \geq \bar{\tau}_c$), a aderência paralela é quebrada.

3.2.4 vantagens e limitações do PFC^{2D}

Abbas [32], resumiu algumas das vantagens de um modelo desenvolvido no PFC^{2D} , alguns dos quais aqui são descritos: Poderão ser modelados problemas estáticos ou dinâmicos; não existe limite de deslocamentos, deformações tendo a capacidade de modelar a interacção de milhares de partículas; em consequência dos elementos modelados serem constituídos por partículas circulares para além da redução do tempo de cálculo e da memória computacional, este tipo de formato facilita a detecção de contactos entre partículas ao invés das partículas angulosas.

Ao invés de [32], Micaelo [29] apontou algumas limitações embora sejam comuns aos modelos MED, sendo que tais limitações são orientadas para o facto de que sendo as análises do PFC^{2D} a duas dimensões a força e os momentos relativos ao plano normal do plano de análise não serem considerados na lei do movimento e na lei da força-deslocamento, contrariamente ao que acontece nos modelos de base contínua em que se considera que existe um estado de tensão ou extensão plano nesse plano.

Capítulo 4

Modelação do FRP e da ligação FRP-substrato

4.1 Introdução

O presente Capítulo tem como objectivo reproduzir o comportamento mecânico do compósito de GFRP quando solicitado à tracção. Para o efeito os modelos foram compostos com os resultados experimentais de Biscaia [1]. As assembleias de partículas foram criadas com o intuito de serem estáveis, equilibradas e de forma a garantir as dimensões dos provetes em análise.

No decorrer do presente capítulo, apresentam-se as velocidades e passo de cálculo adoptadas para a modelação das cargas transmitidas ao compósito de GFRP e as micro propriedades necessárias para obtenção dos resultados para posterior uso no estudo da ligação do compósito de GFRP a um substrato rígido. A modelação foi realizada utilizando um modelo de contacto com *Adesão paralela* e uma velocidade constante nas extremidades do provete.

Na secção 4.2 são descritos todos os procedimentos utilizados para o ensaio de tracção do compósito de GFRP bem como os resultados obtidos. Na secção 4.3 são descritos os procedimentos e características do processo de descolamento quando a técnica de reforço EBR é aplicada, a criação do modelo numérico e apresentação dos seus ensaios, ficando desta forma para a secção 4.4 a análise dos resultados obtidos dos ensaios de tracção ao compósito de GFRP e da ligação compósito de GFRP - substrato rígido.

4.2 Propriedades mecânicas do GFRP

Para a criação das assembleias de partículas que compõem o compósito de GFRP, que recebem a devida explicação nos próximos subcapítulos, foram utilizados os dados geométricos e características macro mecânicas de provetes e materiais analisados experimentalmente por Biscaia [1]. Conforme descrito no Capítulo 2, os compósitos de GFRP consistem em fibras de vidro impregnadas por uma resina epoxídica (matriz), sendo a fibras, o material que concede as elevadas resistências dos compósitos para além da sua leveza.

Não sendo conhecidas as proporções utilizadas na elaboração do compósito de GFRP, não foi possível reproduzir um modelo similar através do MED.

Em vez disso, assumiu-se o comportamento final do material onde as propriedades mecânicas do compósito foram obtidas a partir de ensaios à tracção. Quatro provetes com dimensões médias de $25 \times 150 \times 80mm$ e espessura de $2,54mm$, sendo a espessura referente a duas camadas de fibra com espessura nominal de $e_G = 1.27mm$. Os ensaios foram realizados a uma velocidade de $2mm/min$ e a medição da extensão do provete nos $40mm$ centrais.

A tabela 4.1 representa os valores obtidos por Biscaia [1].

Tabela 4.1: Caracterização dos provetes planos [1]

Proвете plano de GFRP Designação	$\varepsilon_f^{(1)}$ (%)	$\varepsilon_{fm}^{(2)}$ (%)	$f_f^{(3)}$ (MPa)	$f_{fm}^{(4)}$ (MPa)	$E_f^{(5)}$ (MPa)	$E_{fm}^{(6)}$ (MPa)
GFRP-REF-01	2.25	2.20	487.2	513.9	22.14	23.49
GFRP-REF-02	2.20		507.5		23.09	
GFRP-REF-03	2.14		551.1		25.78	
GFRP-REF-04	2.22		509.9		22.96	

Sendo, $\varepsilon_f^{(1)}$ a extensão máxima, $\varepsilon_{fm}^{(2)}$ a extensão máxima média, $f_f^{(3)}$ a tensão resistente, $f_{fm}^{(4)}$ a tensão resistente média, $E_f^{(5)}$ o módulo de Young e $E_{fm}^{(6)}$ o Módulo de Young médio.

4.2.1 Geração dos provetes numéricos

A disposição das partículas que compõem as assembleias com geometria regular poderão ter vários padrões (padrão regular linear, padrão regular hexagonal, padrão aleatório). Os modelos numéricos analisados têm uma estrutura regular linear com uma camada, quadrangular com 2 camadas e o hexagonal com 3 camadas (Figura 4.1).

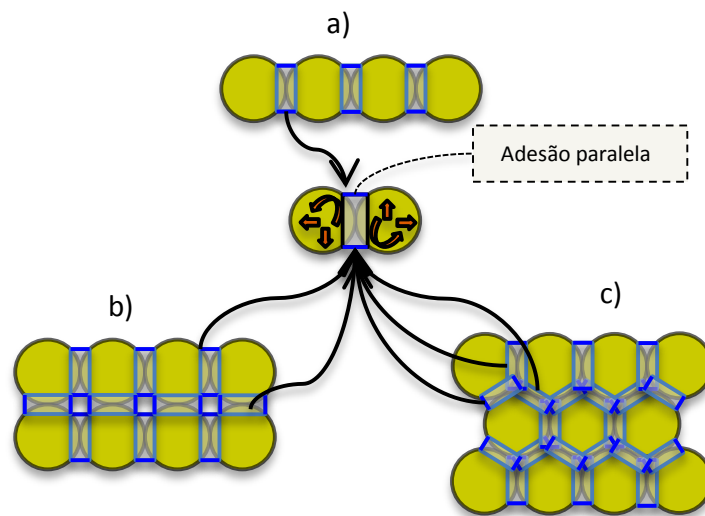


Figura 4.1: Diferentes geometrias analisadas

Tendo em conta a geometria regular dos provetes virtuais analisados, o diâmetro e o número de partículas foram idealizados de forma a coincidir com as dimensões reais de espessura e largura dos provetes experimentais. O número de partículas foi calculado em função do comprimento e diâmetro pretendido, de acordo com:

$$n_p = \frac{l}{D} + 1 \quad (4.1)$$

em que n_p é o número de partículas, L o comprimento do provete e D - diâmetro das partículas. A Tabela 4.2 apresenta as dimensões dos provetes modelados.

Tabela 4.2: Dimensões dos provetes modelados.

dimensões dos provetes virtuais	L (mm)	b_f (mm)	e (mm)	D (mm)	n_p
1 linha linear	50.80	80	2.54	2.54	20
2 linhas quadrangular	50.80	80	2.54	1.27	40
3 linhas hexagonal	49.29	80	2.54	0.93	162

Sendo que b_f é a largura e e a espessura do provete.

Salienta-se, que pese embora, na óptica do utilizador do programa, sejam visíveis apenas partículas circulares por se tratar de um plano $2D$, veja-se a Figura 4.1, o que efectivamente

existem elementos cilíndricos, conforme se pode verificar a partir da Figura 4.2

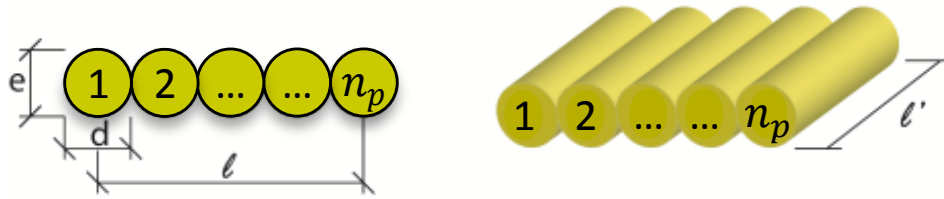


Figura 4.2: Disposição das partículas num plano 2D, plano do PFC^{2D} , e perspectiva 3D representativa da profundidade das partículas.

4.2.2 Definição dos provetes e do modelo de contacto

A ligação entre partículas foi estabelecida através do modelo de adesão paralela, sendo o seu comportamento constitutivo elástico e linear, conforme representado na Figura 4.3.

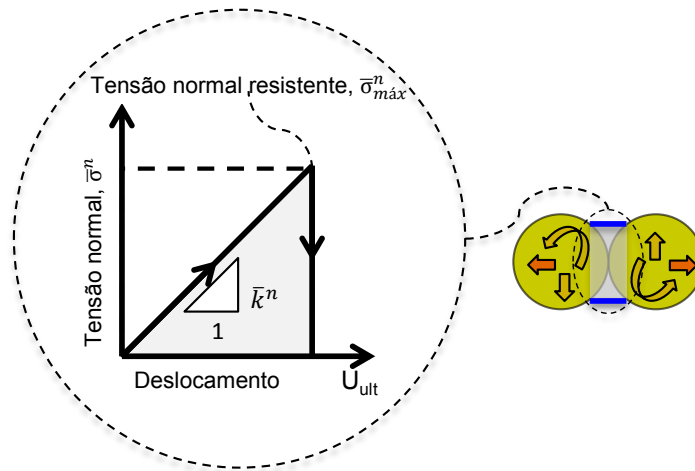


Figura 4.3: Comportamento constitutivo do compósito de GFRP.

O modelo de adesão paralela é constituído pelas cinco micropropriedades que se enumeram: Rigidez normal e de corte, respectivamente \bar{K}^n e \bar{K}^s (tensão/deslocamento), tensão normal e de corte, respectivamente $\bar{\sigma}_n$ e $\bar{\tau}_c$ (tensão), e o raio de ligação \bar{R} .

Numa fase inicial, os únicos parâmetros desconhecidos são a rigidez normal (\bar{k}_n) e rigidez de corte (\bar{k}_s). De forma a reduzir as micropropriedades a serem calibradas, os valores das rigidezes normal e de corte das ligações terão o mesmo valor ($\bar{K}^n = \bar{K}^s$), assim como os valores da tensão normal e tensão de corte da ligação ($\bar{\sigma}_n$ e $\bar{\tau}_c$).

Desta forma, os processos iniciais de calibração para a totalidade dos provetes virtuais, foram efectuados tendo em conta os valores representados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Micropropriedades inseridas para modelação

Parâmetros do ensaio	linear 1 linha	linear 2 linhas	hexagonal 3 linhas
Tensão normal e de corte da ligação [Pa]	$5,139 \times 10^8$	$5,139 \times 10^8$	$5,139 \times 10^8$
Rigidez normal e de corte da ligação [N/m]	1×10^{13}	1×10^{13}	1×10^{13}
Raio da ligação [m]	1	1	1

4.2.3 Simulações numéricas e validação do compósito de GFRP

Em relação aos aspectos anteriormente considerados (dimensões e micropropriedades), é necessário definir também a velocidade aplicada aos provetes conjugada com o passo de tempo crítico afim de recriar o ensaio de carregamento uniaxial à tracção realizado laboratorialmente por Biscaia [1].

Estabelecem-se em primeiro lugar uma aproximação ao valor do passo de tempo crítico, t_{crit} , sendo o estudo deste pormenor fundamentado pelo elevado valor da rigidez de ligação entre partículas ($\bar{K}^n \simeq 1e^{13}[N/m]$), referido na Tabela 4.3, e a massa atribuída às partículas, ($\rho = 2550 \text{ kg/m}^3$) [33].

Desta forma, a primeira aproximação é estabelecida a partir de:

$$t_{crit} = \sqrt{\frac{m}{k}} \simeq 1e^{-8}[\text{s}] \quad (4.2)$$

Em que m é a massa das partículas e k a rigidez

Os valores de passo de cálculo crítico, t_{crit} , assumidos ao longo deste trabalho encontram-se no intervalo de $1e^{-9}$ a $1e^{-11}$ segundos, pois são mais precisos que os valores obtidos pela primeira aproximação.

Para uma que seja obtida uma boa aproximação do comportamento constitutivo global do compósito de GFRP ao verificado experimentalmente, foram estudados vários valores de velocidade para que a distribuição de tensões e extensões ao longo do provete ocorra com a maior regularidade. Os provetes lineares não necessitam que qualquer restrição (Figura 4.4 (a) e (b)). Por outro lado, no provete com estrutura hexagonal (Figura 4.4 (c)), havendo ligações diagonais à direcção de aplicação da carga, verificam-se a existência de rotações e deslocamentos transversais à aplicação da carga no decorrer do ensaio numérico. Assim sendo, e de forma simplificativa, restringiu-se o deslocamento vertical e a rotação nas partículas em que foi aplicada a carga.

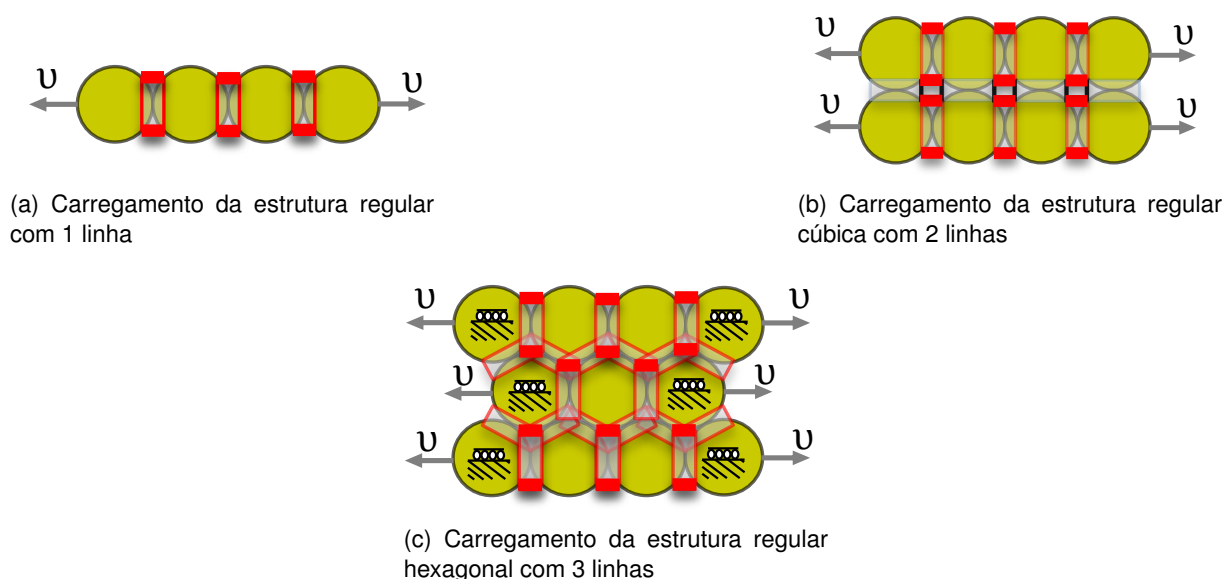


Figura 4.4: Descrição dos provetes submetidos ao ensaio de tracção

Deste modo, refira-se que vários valores de rigidez das ligações entre partículas que compõem os vários provetes, foram considerados afim de calibrar os modelos. Os ensaios de calibração foram efectuados a uma velocidade de $v = 0.1 \text{ m/s}$ e um passo de cálculo crítico de $t_{crit} = 1e^{-11} \text{ s}$ até encontrar a melhor solução, apresentando alguns dos valores na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Calibração da rigidez das ligações

	Rigidez [N/m]	Extensão [%]	Erro [%]
Provete linear 1 linha	$8.130e^{12}$	2.466	1.1
	$8.840e^{12}$	2.200	0.0
	$1.00e^{13}$	2.005	0.9
Provete quadrangular 2 linha	$1.00e^{13}$	3.824	26.1
	$1.76e^{13}$	2.201	0.1
	$2.00e^{13}$	1.943	12.0
Provete hexagonal 3 linhas	$1.00e^{13}$	4.9549	125.0
	$2.30e^{13}$	2.210	0.4
	$2.50e^{13}$	2.042	7.2

As velocidades dos ensaios variam entre 0,05 a 2 m/s com um passo de tempo critico de $1e^{-11} \text{ s}$, sendo de notar que a extensão e tensão da fibra virtual foi determinada unicamente pelas micropropriedades da ligação, pelo que a rotura do compósito de GFRP ocorre se a carga máxima de tracção for superior à resistência de tracção da ligação ($\bar{\sigma}_n$) entre duas partículas.

Assim a tensão da ligação, $(\bar{\sigma}_n)$, foi idealizada para ser equivalente à tensão máxima medida nos ensaios de tracção (Tabela 4.1), ao passo que a rigidez da ligação, (\bar{K}^n) , foi calibrada afim de obter a relação Tensão/extensão que mais se aproxima aos ensaios reais. A Figura 4.5, demonstra os resultados obtidos para todos os provetes modelados.

A partir dos gráficos força-extensão da Figura 4.5, é possível verificar que para as velocidades de carga mais baixas o comportamento é mais regular. Mesmo que, em comparação com os dados experimentais, os erros relativos encontrados são inferiores a 1,0% em qualquer que seja a velocidade. As irregularidades verificadas nos casos das velocidades mais elevadas deverão ser atribuídas ao facto das tensões não serem uniformemente distribuídas entre as partículas ao longo do comprimento da placa de GFRP. Assim, nas simulações realizadas aos modelos apresentados, as velocidades de deformação mais adequada ou de referência inserem-se no intervalo de 0,05 a 0,10 m/s. Desta forma, os parâmetros assumidos como ideais ao longo deste capítulo enquadram-se quase sem erro nos valores obtidos laboratorialmente por [1]. A Tabela 4.5 foi elaborada em forma de resumo sobre os valores tomados como ideais ao longo de subcapítulo.

Tabela 4.5: Resumo das propriedades e características dos ensaios produzidos no PFC^{2D}

	Provete linear 1 linha	Provete quadrangular 2 linhas	Provete Hexagonal 3 linhas
Densidade das partículas [kg/mm^3]	2.55	2.55	2.55
Tensão resistente da ligação $\bar{\sigma}_n$ e $\bar{\tau}_c$ [Pa]	$5,139 \times 10^8$	$5,139 \times 10^8$	$5,139 \times 10^8$
Rigidez da ligação $\bar{K}^n = \bar{K}^s$ [N/m]	$8.84e^{12}$	$1.76e^{13}$	$2.30e^{13}$
Raio da ligação	1	1	1
Diâmetro das partículas [mm]	2.54	1.27	0.94
Passo de cálculo crítico [s]	$\leq 1e^{-9}$	$\leq 1e^{-10}$	$\leq 1e^{-10}$
Velocidade dos ensaios [m/s]	≤ 0.5	≤ 0.1	≤ 0.1

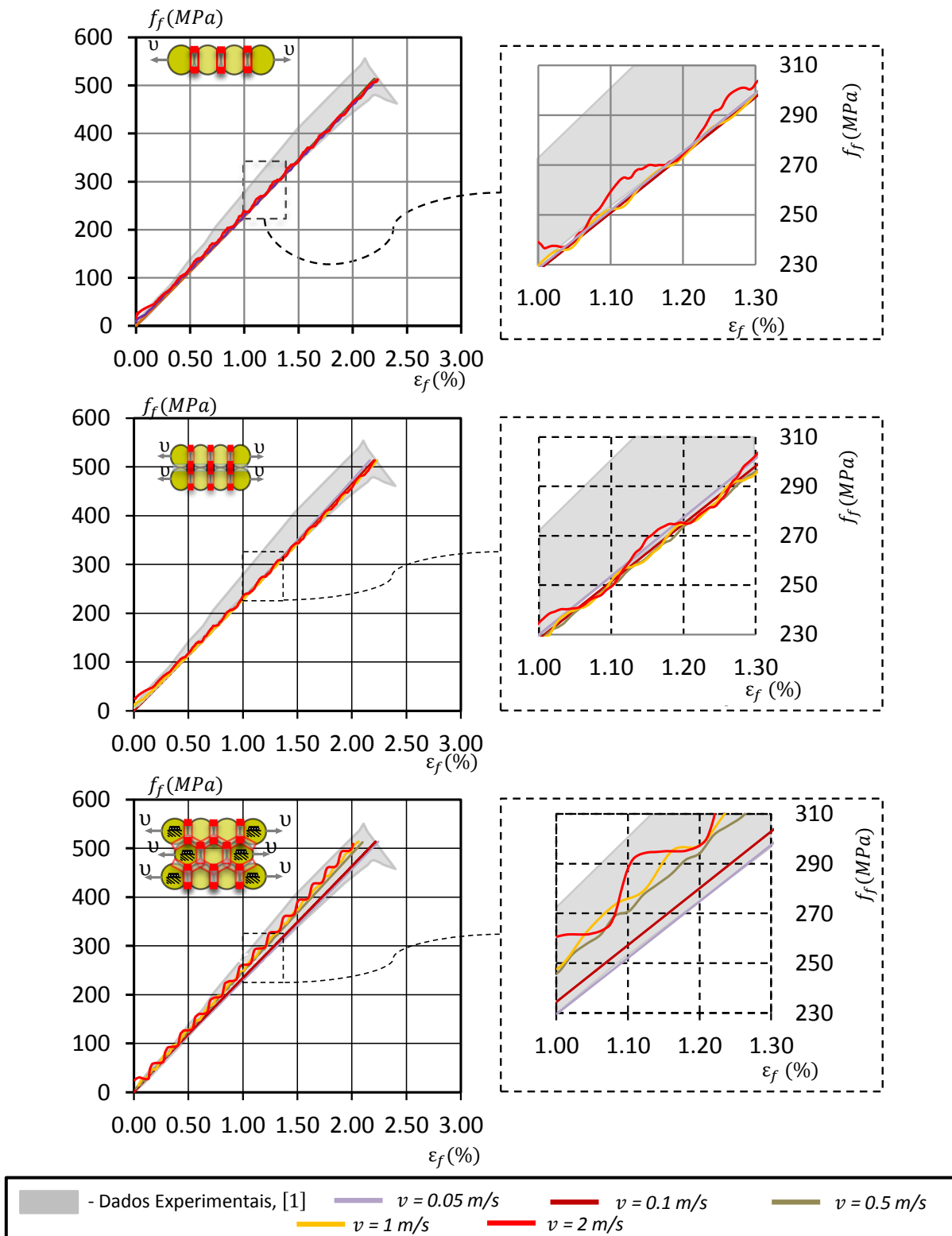


Figura 4.5: Ensaio de tracção dos vários modelos criados no PFC^{2D}

- Etapa 2 - À medida que a tensão de aderência percorre o segundo tramo da lei *bond-slip*, é possível verificar um aumento não linear da carga aplicada com o deslizamento até o valor de força máxima, F_{max} . Apesar da tensão axial na placa de GFRP representada na Figura 5.4 (etapa 2) não corresponder à tensão axial máxima aplicada na extremidade, esta é atingida assim que a carga aplicada atingir o ponto B. Nessa ocasião, o comprimento efectivo de colagem ($L_b = L_{eff}$) é atingido iniciando o início do descolamento do reforço.
- Etapa 3 - A carga máxima transmitida ao FRP, permanece inalterada durante esta fase. O diagrama de tensões de aderência é totalmente mobilizado para o lado oposto ao carregamento. No comprimento agora descolado as tensões normais na placa de FRP têm um valor máximo.
- Etapa 4 - De forma geral a área do diagrama de tensões de aderência começa a diminuir, fazendo com que o deslizamento no ponto em $x = 0$ da placa de FRP diminua à medida que a carga máxima diminui, terminando com o deslocamento igual ao S_{ult} .

A Etapa 4 é fundamentalmente um conceito teórico e designada na literatura por *snapback* ,[35] [36] [37], uma vez que até aos dias correntes ensaios experimentais que comprovem o conceito.

A Figura 5.5, refere-se ao comportamento da interface colada para uma lei *bond-slip* bi-linear com $L_b < L_{eff}$.

Sendo o processo de descolamento do GFRP descrito pela sequência:

- Etapa 1 - Esta etapa requer especial atenção, pois alterna consoante o comprimento colado. Desta forma são descritas duas situações iniciais: (I) no caso particular em que $L_b \ll L_{eff}$ as tensões de aderência atingem a extremidade oposta à aplicação da carga sem que a fase elástica da lei *bond-slip* seja totalmente percorrida, pelo que as forças e as tensões máximas são atingidas muito antes de se iniciar o descolamento; (II) no caso mais geral em que $L_b \leq L_{eff}$ o comprimento colado é suficiente para que a lei *bond-slip* percorra a totalidade do primeiro tramo da lei *bond-slip* em $x = 0$ mm sem que as tensões de aderência sejam distribuídas por todo o comprimento colado. Tendo em conta que o descolamento não foi iniciado em nenhuma das situações a tensão máxima transmitida à placa de FRP não é atingida nesta etapa para o presente caso.

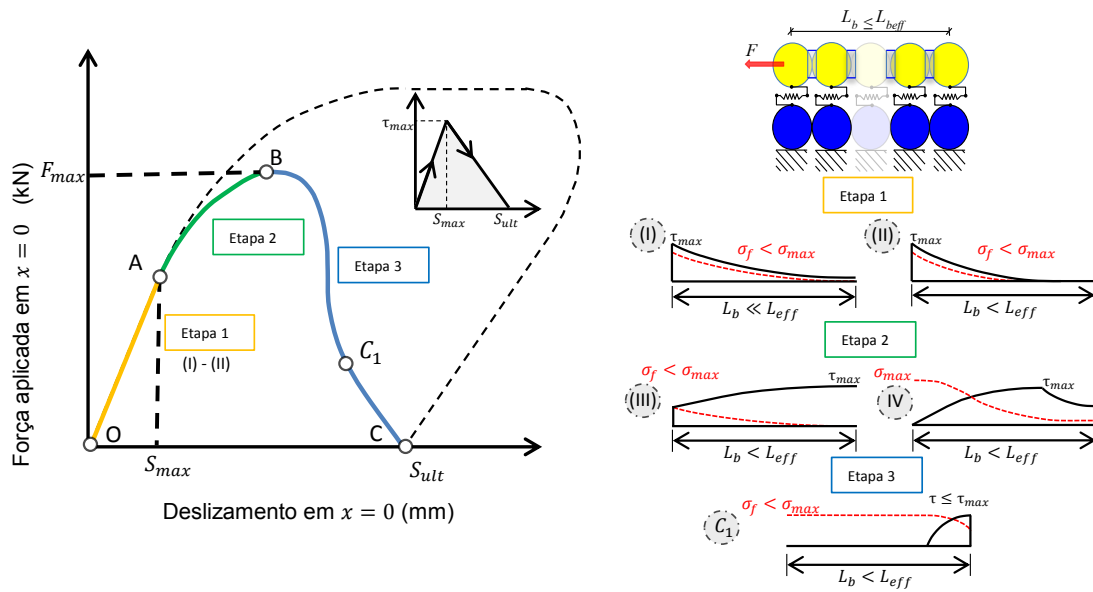


Figura 4.7: Comportamento da interface colada para uma lei *bond-slip* bi-linear, $L_b < L_{eff}$

- Etapa 2 - Nesta etapa é atingida certamente a força máxima, podendo o diagrama de tensões de aderência máximas apresentar duas concavidades ou apenas uma dependendo do comprimento colado. No caso de comprimentos colados muito curtos (ver figura 5.5 caso (III)), a força aplicada à placa de FRP atinge o seu máximo assim que a tensão máxima da interface τ_{max} em $x = L_b$ é atingida, sem que seja iniciado o processo de descolamento nem atingida a tensão máxima na placa de FRP. No caso de comprimentos colados próximos do comprimento efectivo da ligação (ver figura 5.5 caso (IV)), a força máxima é atingida e ainda é possível verificar duas concavidades no diagrama de tensões de aderência, no mesmo instante o descolamento é iniciado na interface em que a força máxima é atingida. É de notar que em ambos os casos antes de ser atingido o ponto B, as tensões de aderência em $x = L_b$ apresentam valores diferentes de zero.

- Etapa 3 - À medida que o comprimento descolado aumenta, o diagrama de tensões de aderência diminui e a tensão normal ao longo da placa de FRP é menor que a máxima.

Os processos anteriormente descritos são referem-se a uma lei bi-linear e servem de referência aos ensaios modelados. Pelo que, dependendo das leis *bond-slip* utilizadas, estes sofrerão alguns ajustes.

4.3.2 Definição da assembleia de partículas e dos modelos de contacto

O modelo numérico assumido tem um arranjo linear de duas linhas, Figura 4.8, uma linha superior referente ao compósito de FRP (amarelo) e outra linha inferior referente ao substrato (azul). A assembleia de partículas concebida, não contempla uma zona exclusiva à aplicação da carga, pelo facto de que, com uma zona exclusivamente de carga a distribuição de tensões seria consideravelmente superior nesta zona, proporcionando uma rotura prematura na zona onde não existe interface colada. Desta forma, e tendo em conta a baixa velocidade considerada nos ensaios modelados ($v = 0.05 \text{ m/s}$), a não existência de uma zona exclusivamente para a aplicação de carga não mostrou qualquer efeito negativo no que se refere à validação do modelo.

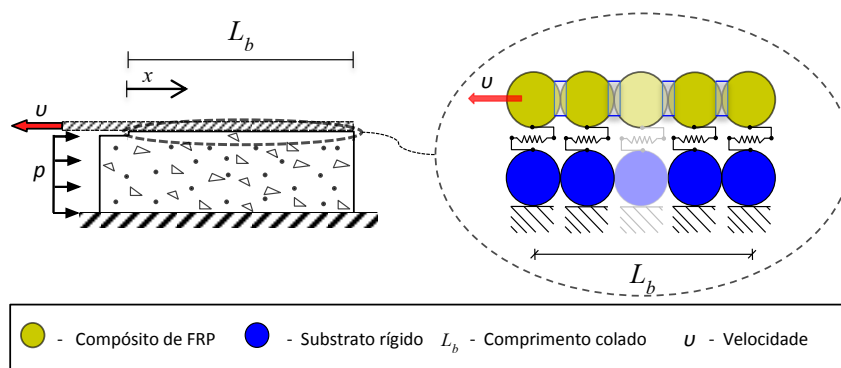


Figura 4.8: Modelo do ensaio de corte simples com detalhe do modelo MED usado

No que se refere à Figura 4.8, mais precisamente ao modelo usado, as especificações do compósito de GFRP a nível da geometria são idênticas ao provete linear de uma linha anteriormente modelado. Por esta razão as ligações adoptadas referentes ao compósito de FRP têm um modelo de adesão paralela previamente aplicado e calibrado (ver figura 4.9). A interface colada consiste num modelo de adesão bi-linear disponível no PFC^{2D} (ver figura 4.9).

O desempenho da interface foi modelado utilizando diferentes comportamentos constitutivos do modelo de contacto e os resultados numéricos comparados com soluções exactas. De forma simplificativa, o comportamento constitutivo dos contactos entre o FRP e os elementos do substrato foram elaborados a partir do modelo constitutivo de corte representado na Figura 4.9, na qual as leis representadas na Figura 4.10 foram estudadas.

Os modelos numéricos apresentados ao longo do presente capítulo assumem os seguintes

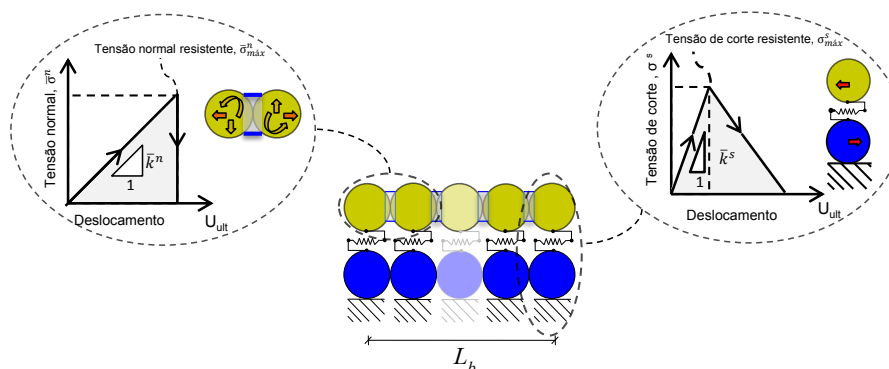


Figura 4.9: Modelo MED utilizado, com detalhe do comportamento constitutivo das ligações da interface

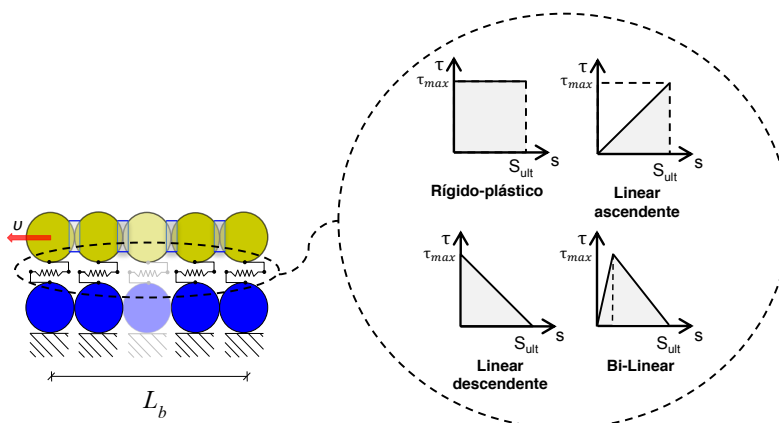


Figura 4.10: Modelo MED utilizado, com detalhe do comportamento constitutivo das ligação FRP/substrato.

parâmetros de referência: espessura da chapa de FRP com $t_f = 2,54mm$, uma largura de $b_f = 80mm$, comprimento colado de $L_b = 250mm$ e módulo de Young de $E_f = 23,35 GPa$. Os parâmetros para o modelo de adesão paralela são conhecidos e representados na Tabela 4.5. Os modelos de adesão lineares têm os seguintes parâmetros de referência: $\tau_{max} = 4,24MPa$ e $S_{ult} = 0,720mm$. Para o modelo de adesão bi-linear os parâmetros de referência são: $\tau_{max} = 4,24MPa$, $S_{max} = 0,101mm$ e $S_{ult} = 0,720mm$.

4.3.3 Modelação numérica da técnica de reforço EBR

Tendo em consideração que uma ligação entre um compósito de FRP e um elemento estrutural caracteriza-se na sua essência pela capacidade de aderência da interface ao longo do comprimento colado, é de interesse evidenciar algumas das relações de equilíbrio na qual permitem validar do modelo realizado segundo o MED. Ao efectuar uma análise isolada

das tensões de aderência ao longo da interface, ou seja, assumindo que as tensões de aderência actuam isoladamente em relação às tensões perpendiculares da interface a equação governativa da ligação FRP - substrato é [1, 37, 38]:

$$\frac{d^2s}{dx^2} - \frac{\tau(s)}{E_f \cdot t_f} = 0 \quad (4.3)$$

sendo E_f o modulo de Young do compósito FRP; t_f a espessura do compósito de FRP; s o deslizamento; x representa a distância horizontal desde o ponto de aplicação da carga ao ponto $x = L_b$; e $\tau(s)$ a tensão de corte definida pela lei *bond-slip* utilizada. É de referir que a Equação 4.3, tem várias soluções exactas se se recorrer a leis lineares simples (Figura 4.10), podendo estas soluções ser comparadas com os resultados numéricos. Independentemente da lei *bond-slip* escolhida, as condições de contorno são sempre as mesmas [39, 40, 41]:

$$\frac{ds}{dx} = \varepsilon_{f|x=0} = \frac{F}{A_f \cdot E_f} \quad (4.4)$$

e

$$\frac{ds}{dx} = \varepsilon_{f|x=L_b} = 0 \quad (4.5)$$

onde F é a força aplicada na extremidade da placa de FRP; A_f é a área da secção transversal da placa de FRP e L_b é o comprimento colado.

Como anteriormente referido, o conceito teórico *snapback* não foi representado no presente trabalho, sendo várias as razões para a não consideração deste efeito: por um lado, por se tratar de uma fase de validação e compreensão do MED quanto à estimativa do comportamento da interface até que a carga máxima (F_{max}) seja atingida. Por outro lado, este efeito final do processo de descolamento é teórico, não tendo sido observado experimentalmente. Em conformidade com o que foi anteriormente referido, assumindo-se uma análise isolada das tensões de aderência, a força transmitida à placa de FRP é determinada de acordo com:

$$F = \int_0^{L_b} \tau(x) \cdot b_f dx \quad (4.6)$$

Experimentalmente, o deslizamento, pode ser determinado de várias formas. Se for calculado através de extensómetros colados ao longo de L_b , o deslizamento para $x = 0$ é obtido de

acordo com:

$$s(x) = s(x_{i+1} - \frac{(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)}{(x_{i+1} - x_i)} \cdot \frac{(x_{i+1} - x)^2}{2} + \varepsilon_{i+1} \cdot (x_{i+1} - x) \quad (4.7)$$

onde x representa o eixo paralelo ao comprimento colado (ver Figura 4.8), $(x_{i+1} - x_i)$ a distância entre extensômetros consecutivos e $(\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)$ é a extensão entre extensômetros consecutivos. A monitorização da força no decorrer de um ensaio no PFC^{2D} pode ser monitorizada de duas formas: monitorização da força entre as duas primeiras partículas da placa de FRP ou somando as forças de aderência ao longo da placa de FRP.

Se as duas monitorizações forem feitas, ambas deverão representar os dois termos do primeiro membro da Equação 4.8, onde Δ representa o erro obtido. Os valores de Δ não são representados mas como se poderá observar pelas Figuras 4.11 a 4.13, os erros obtidos são muito baixos.

$$\varepsilon_f \cdot E_f \cdot A_f - \int_0^{L_b} \tau(x) \cdot b_f dx = \Delta \quad (4.8)$$

Nos subcapítulos que se seguem, são representados os exemplos numéricos produzidos através do PFC^{2D} , e são comparados na sua maioria com valores de Biscaia *et al.* [35].

Bond-slip rígido-plástica

A lei *bond-slip* rígido-plástica representa a primeira tentativa de validação do modelo. De acordo com [35], a solução da Equação 4.3 é:

$$s(x) = \frac{1}{Ef \cdot b_f \cdot t_f} \left(\frac{\tau_{max} \cdot b_f}{2} \cdot x^2 - F \cdot x + F \cdot a - \frac{\tau_{max} \cdot a^2 \cdot b_f}{2} \right) \quad (4.9)$$

Se se tiver em conta que força máxima transmitida ao FRP F_{max} é calculada por:

$$F = \int_0^a \tau_{max} \cdot b_f dx \quad (4.10)$$

então a corresponde ao comprimento colado onde as tensões de aderência são diferentes de zero e podendo ser determinado por [35]:

$$a = \frac{F}{\tau_{max} \cdot b_f} \quad (4.11)$$

Considerando a fixação das partículas do substrato no modelo PFC^{2D} , e assumindo que as extensões no substrato são nulas, pode-se obter as soluções exactas das tensões longitudinais ao longo da placa de FRP [35]:

$$\sigma(x) = \frac{1}{b_f \cdot t_f} \cdot (\tau_{max} \cdot b_f \cdot x - F) \quad (4.12)$$

A Figura 4.11 representa a comparação dos valores obtidos numericamente, com as soluções acima descritas. O modelo numérico consegue estimar com grande aproximação a solução exacta, demonstrando desta forma a ligação FRP/ substrato com uma lei rígido-plástica pode ser modelada através do PFC^{2D} .

Na figura 4.11, é também particularizado a relação F_{max}/F_{max}^T vs. L_{eff}/L_{eff}^T , os valores teóricos podem ser definidos de acordo com [35]:

$$F_{max}^t = b_f \cdot \sqrt{2G_F^{II} \cdot E_f \cdot t_f} \quad (4.13)$$

e o comprimento efectivo teórico definido por:

$$L_{eff}^t = s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot t_f}{G_F^{II}}} \quad (4.14)$$

onde G_F^{II} é a energia de Fractura do Modo II, definida por:

$$G_F^{II} = \int_0^{s_{ult}} \tau(s) ds \quad (4.15)$$

No gráfico F_{max}/F_{max}^t vs L_b/L_{eff}^t , os valores numéricos são ainda comparados com os resultados das expressões propostas por Neubauer e Rostásy [42] e por Teng et.al. [43], respectivamente:

$$\beta_l = \frac{F_{max}}{F_{max}^t} = \frac{L_b}{L_{eff}} \cdot \left(2 - \frac{L_b}{L_{eff}^t} \right) \quad (4.16)$$

$$\beta_l = \frac{F_{max}}{F_{max}^t} = \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{L_b}{L_{eff}^t} \right) \quad (4.17)$$

O PFC^{2D} mostrou que as forças máximas na ligação FRP/substrato com $L_b < L_{eff}$ são inferiores aos propostos por Neubauer e Rostásy [42] e por Teng et al. [43].

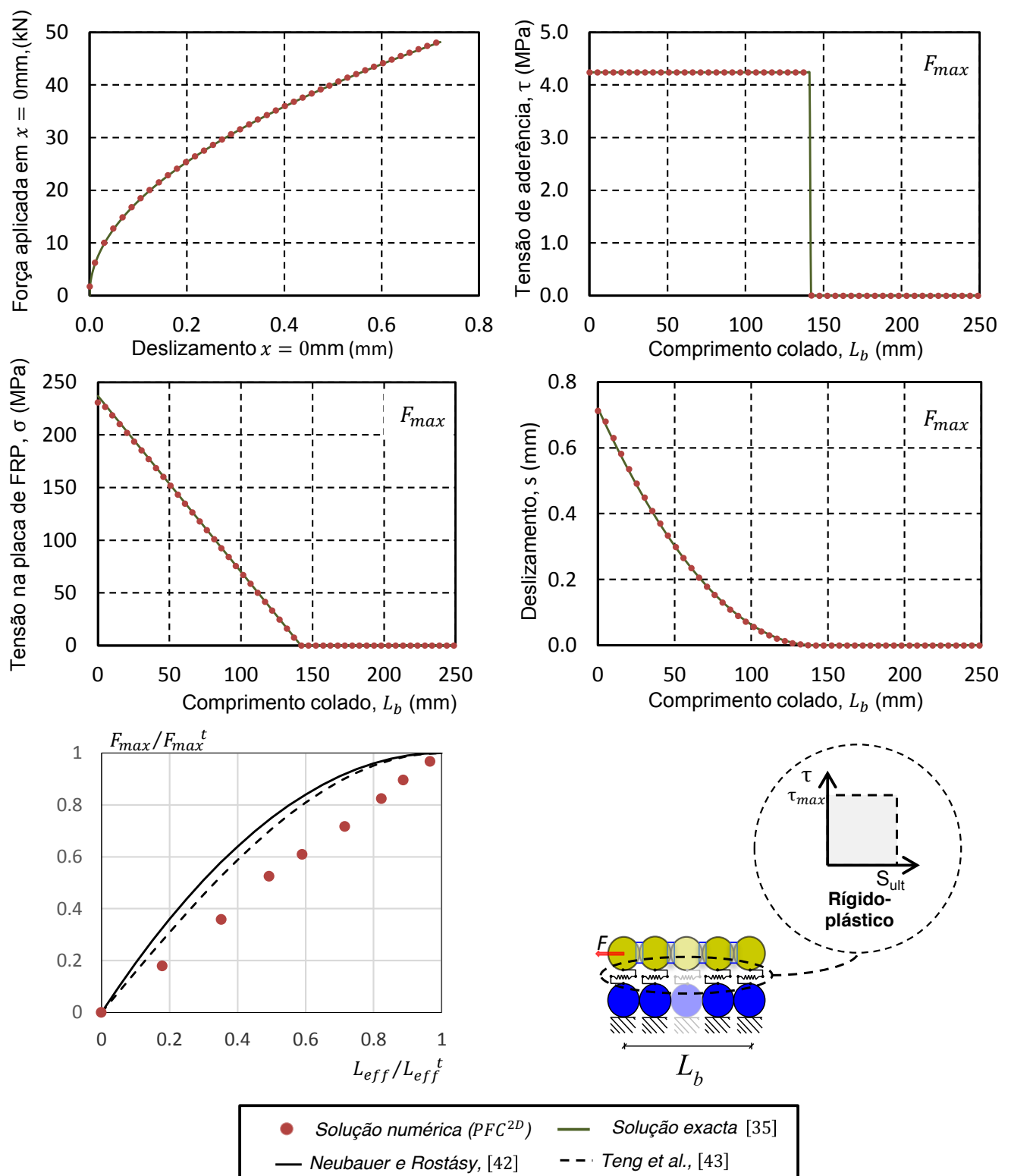


Figura 4.11: Desempenho da da ligação FRP-substrato para uma lei bond-slip rígido-plástica

Bond-slip linear ascendente

A lei bond-slip linear ascendente é agora assumida na modelação. Nesta, os parâmetros de referência assumidos são: $\tau_{max} = 4,24MPa$, $S_{max} = 0,101mm$. De acordo com [35], a solução da Equação 4.3, é:

$$s(x) = \frac{F}{\alpha_1 \cdot E_f \cdot b_f \cdot t_f} \cdot \frac{\cosh(\alpha_1 \cdot x - \alpha_1 \cdot l_b)}{\sinh(\alpha_1 \cdot L_b)} \quad (4.18)$$

onde:

$$\alpha_1^2 = \frac{\tau_{max}}{s_{max} \cdot E_f \cdot t_f} \quad (4.19)$$

Particularmente nesta solução, os valores exatos apresentados por Biscaia *et al.* [35], sobrestimam os valores do comprimento de ligação efectivo teórico (L_{eff}^T), onde o autor assume $\tanh(4) \approx 1$, que traduz valores mais conservadores em relação ao valores numéricos obtidos. Desta forma foi assumido $\tanh(2) \approx 1$, e a Equação 4.14 define o comprimento efectivo teórico.

Uma vez mais, consideram-se a fixação das partículas do substrato no modelo PFC^{2D} , e por desconsideração da extensão no betão por parte de [35], podemos obter analiticamente os valores da tensão longitudinal ao longo da placa de FRP [35]:

$$\sigma(x) = \frac{F}{b_f \cdot t_f} \cdot \frac{\sinh(\alpha_1 \cdot x - \alpha_1 \cdot L_b)}{\sinh(\alpha_1 \cdot L_b)} \quad (4.20)$$

e por sua vez:

$$\tau(x) = \frac{F \cdot \alpha_1}{b_f} \cdot \frac{\cosh(\alpha_1 \cdot x - \alpha_1 \cdot L_b)}{\sinh(\alpha_1 \cdot L_b)} \quad (4.21)$$

Para o presente caso, a Figura 4.12 mostra a comparação entre os valores obtidos numericamente e as soluções exactas. É possível notar novamente que o modelo numérico consegue representar novamente a solução exacta descrita por [35] com grande precisão. Para a lei em análise, no gráfico de F_{max}/F_{max}^t vs. L_b/L_{eff}^t na figura 4.12 é possível observar valores numéricos menos conservativos do que os valores propostos por Neubauer e Rostásy [42] e por Teng *et al.* [43].

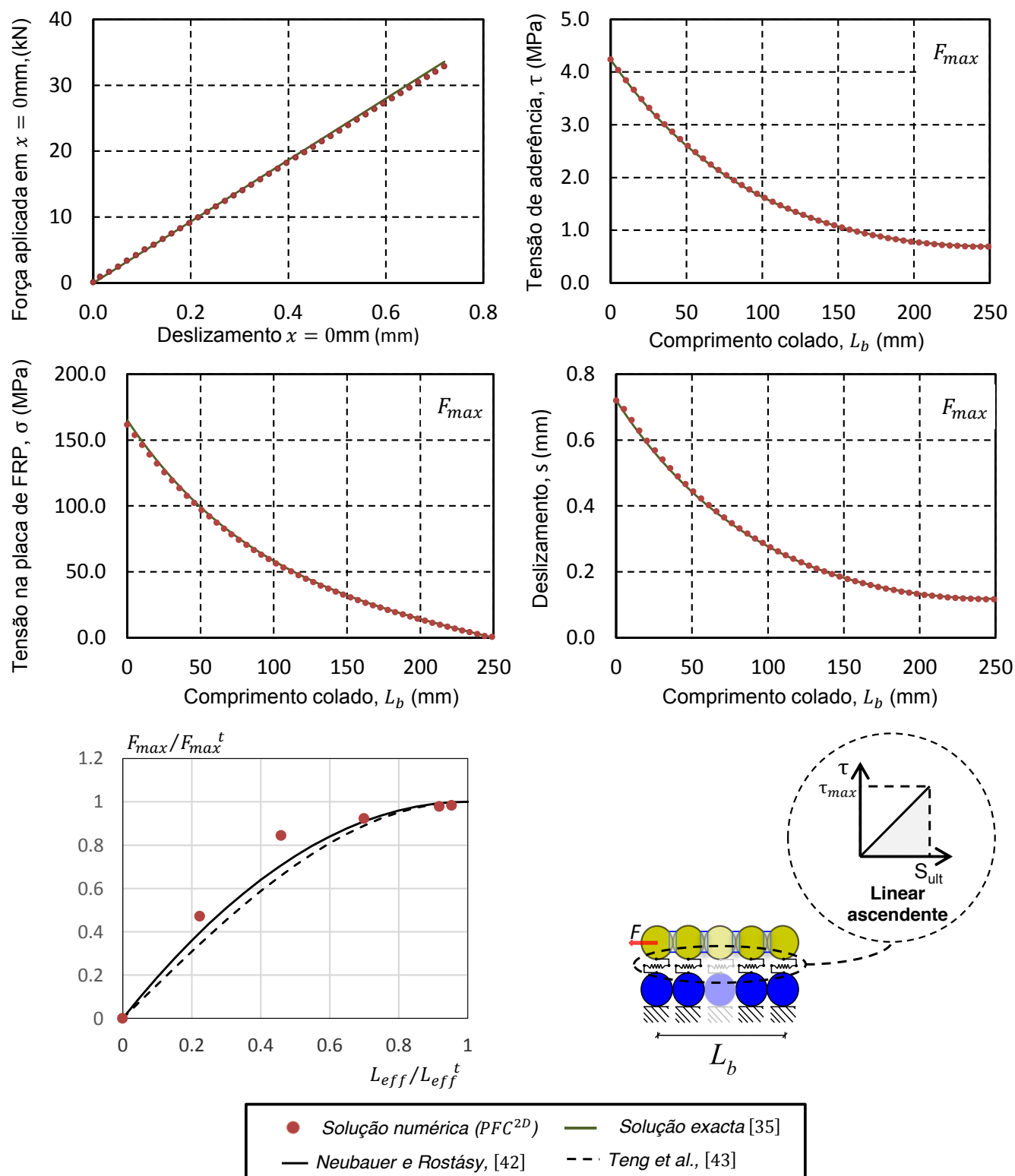


Figura 4.12: Desempenho da ligação FRP-substrato para uma lei *bond-slip* linear ascendente

Bond-slip rígido linear descendente

Neste caso, uma lei *bond-slip* linear descendente foi assumida. De novo, de acordo com [35], a solução da Equação 4.3, para esta lei é:

$$s(x) = \frac{F}{\alpha_2 \cdot E_f \cdot b_f \cdot t_f} \cdot \frac{\cos(\alpha_2 \cdot x - \alpha_2 \cdot a)}{\sin(\alpha_2 \cdot a)} \quad (4.22)$$

onde,

$$\alpha_2^2 = \frac{\tau_{max}}{s_{ult} \cdot E_f \cdot t_f} \quad (4.23)$$

em que a representa todo o comprimento de ligação onde as forças de aderência são não nulas, sendo definido por:

$$a = \frac{1}{\alpha_2} \cdot \arcsin \left(\frac{F}{\alpha_2 \cdot E_f \cdot b_f \cdot t_f \cdot s_{ult}} \right) \quad (4.24)$$

O comprimento efectivo de ligação teórico para esta lei é obtido de acordo com a expressão [35]:

$$L_{eff}^t = \frac{\pi}{2} \cdot s_{ult} \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2G_F^{II}}} \quad (4.25)$$

Para a lei linear descendente, a Figura 4.13 mostra a comparação dos valores obtidos numericamente com as soluções exactas, e na qual se mostra modelo numérico representa, com elevada aproximação, a solução exacta descrita por [35]. Pode afirmar que o PFC^{2D} consegue estimar a ligação FRP/substrato assumindo uma lei linear descendente. O gráfico F_{max}/F_{max}^t vs. L_{eff}/L_{eff}^t da presente análise, mostra que os valores normalizados estão compreendidos entre os valores propostos por Neubauer e Rostásy [42] e por Teng et.al. [43] apesar de mais próximo dos valores de [43].

Bond-slip bi-linear

Relembre-se que os modelos de contacto disponíveis no PFC^{2D} [26], baseiam-se unicamente em leis lineares e bi-linear. São vários os investigadores que analisam o comportamento FRP-substrato baseados em leis *bond-slip* bi-lineares [19, 20, 41, 42], ao passo que outros autores utilizam leis não lineares especialmente baseadas na formula de Popovics [44], ou leis *bond-slip* exponenciais baseadas nas leis *bond-slip* de [6, 40]. Foram assumidas não lineares

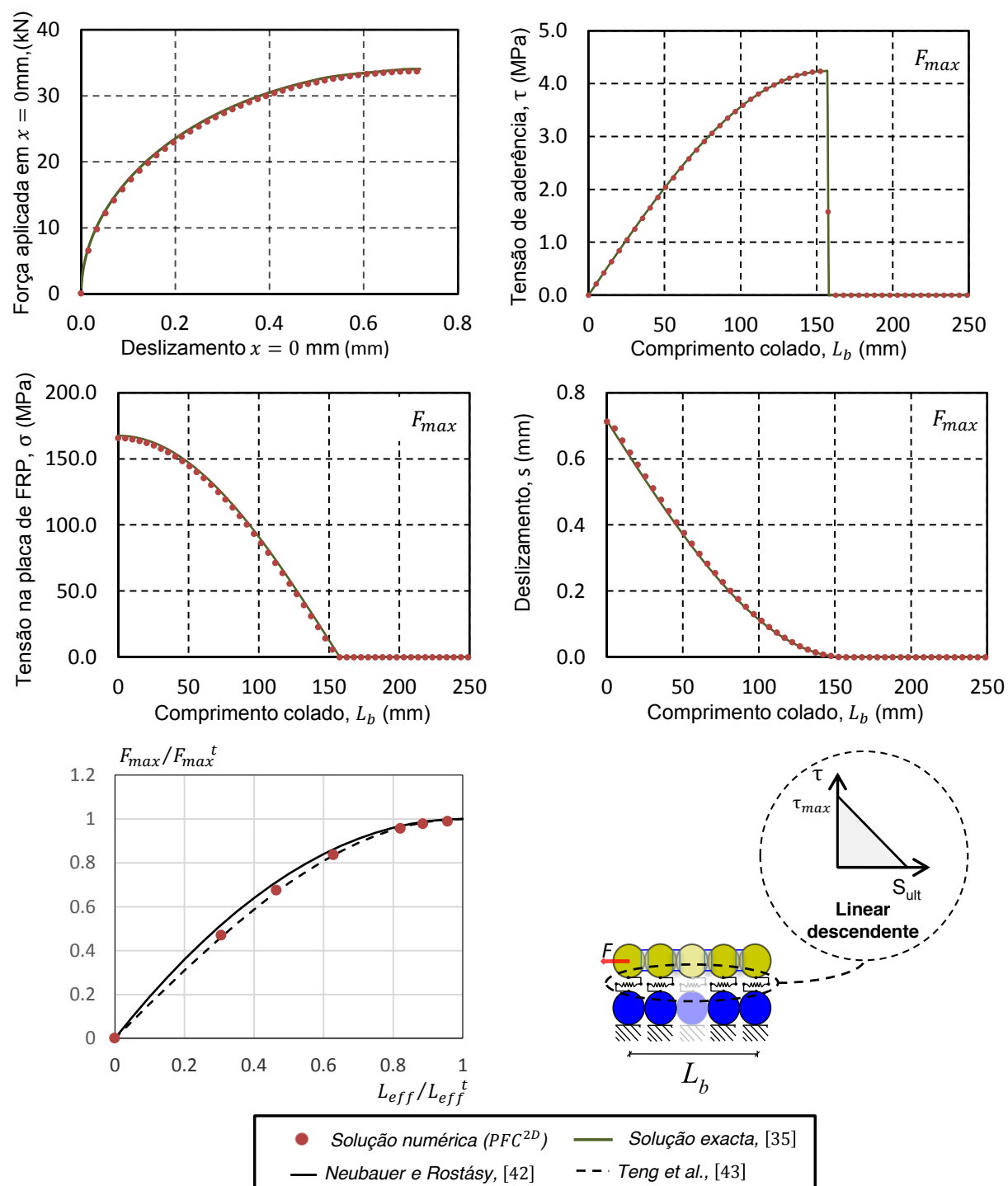


Figura 4.13: Desempenho da da ligação FRP-substrato para uma lei *bond-slip* linear descendente

de forma a aproximar a Lei bi-linear (Equação 4.26), às leis encontradas na literatura, e.g. [6, 44, 40], permitindo realizar uma análise da ligação FRP/substrato mais próxima do que

acontece na realidade.

Relativamente à fórmula de Popovics [44], o parametro n , representa uma constante de análise preliminar, pela qual num estudo levado a cabo por Nakaba *et al.* [45], o autor aconselha que na inexistência de dados de análise preliminar, $n = 3,0$ será o recomendado para aproximar a relação *bond-slip* na interface CFRP-betão. A configuração do modelo *bond-slip* é semelhante à formula de Ueda e Dai, [40], e à fórmula Dimande [6]. As curvas mostradas na figura 4.14 são matematicamente definidas como se segue:

(i) Bi-linear ($PF C^{2D}$)

$$\frac{\tau(s)}{\tau_{max}} = \begin{cases} \frac{s}{s_{max}} & \text{se } 0 \leq s \leq s_{max} \\ \frac{1}{1 - \frac{s_{ult}}{s_{max}}} \cdot \frac{s}{s_{max}} + \frac{s_{ult}}{s_{ult} - s_{max}} & \text{se } 1 \leq s \leq \frac{s_{ult}}{s_{max}} \end{cases} \quad (4.26)$$

(ii) Formula de Popovic [44]

$$\frac{\tau(s)}{\tau_{max}} = \frac{s}{s_{max}} \cdot \frac{n}{(n-1) + \left(\frac{s}{s_{max}}\right)^n} \quad (4.27)$$

onde $n = 3.0$.

(iii) Dimande [6]

$$\frac{\tau(s)}{\tau_{max}} = \frac{s}{s_{max}} \cdot e^{1 - \frac{s}{s_{max}}} \quad (4.28)$$

(iv) Dai et. al. [40]

$$\frac{\tau(s)}{\tau_{max}} = 4 \cdot \left(e^{-\ln(2) \cdot \frac{s}{s_{max}}} e^{-2 \cdot \ln(2) \cdot \frac{s}{s_{max}}} \right) \quad (4.29)$$

onde a tensão de aderência máxima é dada por:

$$\tau_{max} = \frac{B \cdot \varepsilon_{max}^2 \cdot E_f \cdot t_f}{4} \quad (4.30)$$

sendo ε_{max} a extensão máxima do FRP, e o s_{max} obtido a partir de:

$$s_{max} = \frac{\ln(2)}{B} \quad (4.31)$$

onde B é um valor obtido experimentalmente a partir da curva extensão no FRP vs. deslizamento.

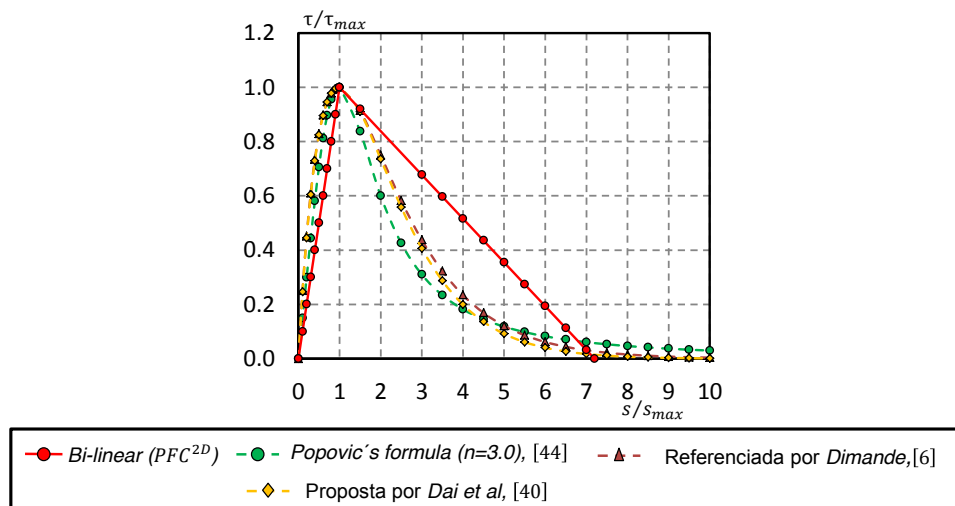


Figura 4.14: Comparação da função bi-linear do PFC^{2D} com diferentes leis *bond-slip* não lineares

Analisando os resultados numéricos obtidos (Figura 4.15) a lei *bond-slip* bi-linear não apresenta diferenças significativas. As maiores diferenças relativas à curva força aplicada vs. deslizamento e à curva tensão de aderência vs comprimento colado, devem-se ao facto de que a parte descendente da lei bi-linear (PFC^{2D}) ter menos declive que as leis em comparação, assim as energias de fractura da interface (Equação 4.32) sejam diferentes em relação às várias leis.

$$G_F^{II} = \int_0^{s_{ult}} \tau(s) ds \quad (4.32)$$

A energia de fractura da interface por sua vez, e como mostrado ao longo deste capítulo, tem influência directa na força máxima:

$$F_{max}^t = b_f \cdot \sqrt{2G_F^{II} \cdot E_f \cdot t_f} \quad (4.33)$$

Ao analisar as relações F_{max}/F_{max}^t vs. L_{eff}/L_{eff}^t é possível verificar que os erros relativos encontrados na carga máxima transmitida para a placa de FRP e no comprimento da ligação efectiva não são tão elevados e, por conseguinte, a lei *bond-slip* bi-linear pode ser uma boa e mais fácil alternativa em relação às leis *bond-slip* não lineares.

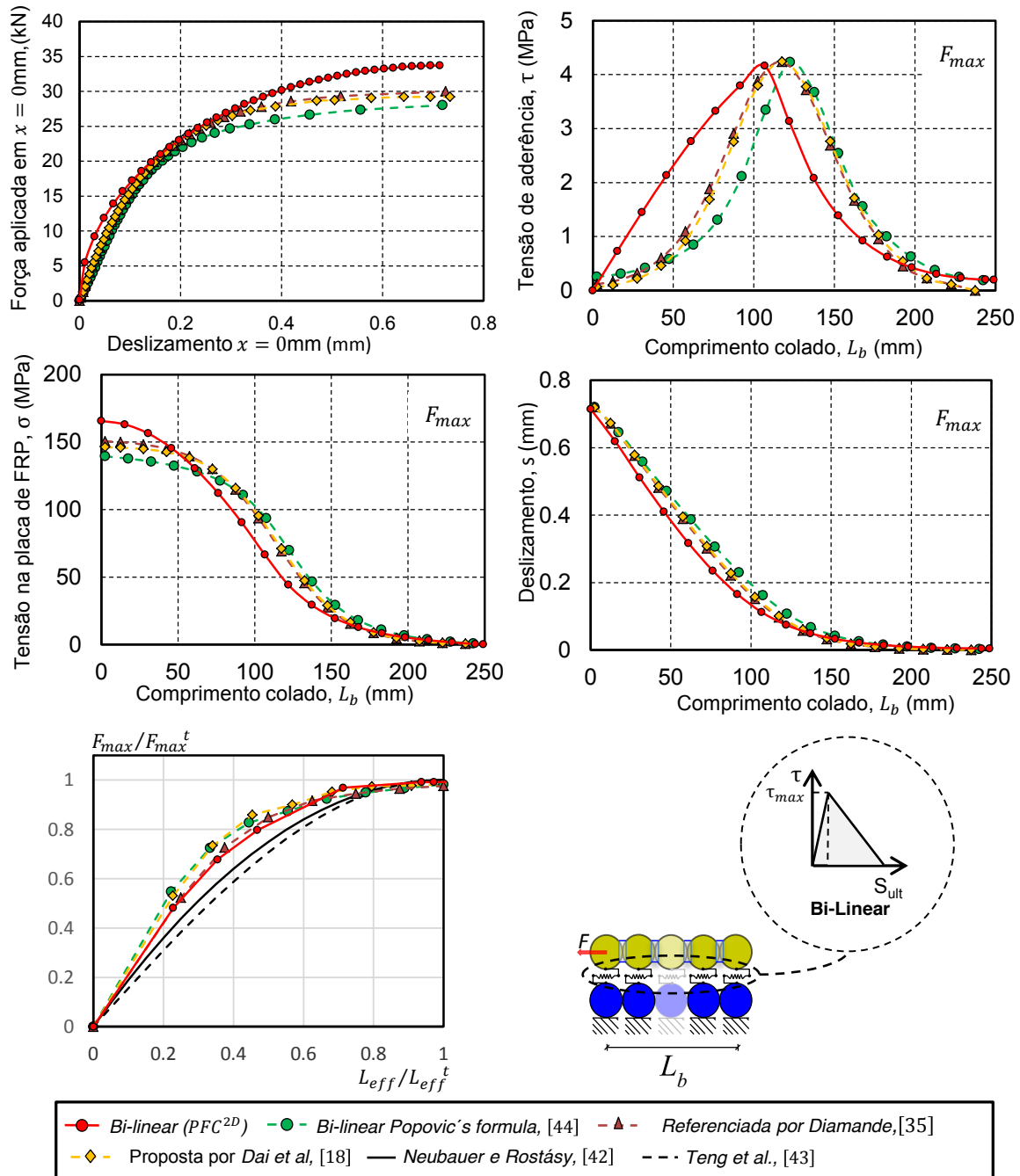


Figura 4.15: Desempenho da da ligação FRP-substrato para uma lei *bond-slip* bi-linear

4.4 Análise de resultados

O presente capítulo teve como principal objectivo simular o comportamento mecânico do GFRP sujeito à tracção, comparando-se os mesmos com os resultados experimentais de Biscaia [1]. O processo de descolamento da interface de um compósito de FRP do substrato colado foi

modelado através do Método dos Elementos Discretos (MED) e os resultados foram analisados e comparados com soluções exactas existentes na literatura [6, 40, 44].

Os modelos numéricos permitiram as seguintes análises:

- No que diz respeito à simulação do comportamento mecânico do GFRP, todos os modelos numéricos descreveram com precisão o comportamento mecânico real do compósito de GFRP. A velocidade e o passo de calculo critico mostraram-se importantes para a obtenção de uma correcta distribuição das tensões em todo o comprimento colado.
- Apesar de reproduzir com uma elevada aproximação o comportamento mecânico do GFRP, o PFC^{2D} mostrou alguma morosidade em concluir os ensaios com maior número de partículas.
- A modelação numérica do ensaio de corte simples sem restrições de deslocamento das partículas para o sistema de reforço EBR, foi validada através da comparação dos resultados numéricos com as soluções exactas obtidas a partir dos modelos *bond-slip* lineares. Os resultados numéricos obtidos representaram com elevada aproximação as soluções exactas;
- A lei *bond-slip* bi linear disponível no PFC^{2D} provou ser uma aproximação razoável quando comparada com outras leis *bond-slip* não-lineares sendo, portanto, uma alternativa viável em relação a leis *bond-slip* mais complexas.

Capítulo 5

Modelação da técnica de reforço EBR com encastramento

5.1 Introdução

No presente capítulo é apresentado e analisado um modelo numérico com um dispositivo de fixação mecânico colocado numa das extremidades coladas. O colapso prematuro por destacamento do betão em sistemas de reforço por colagem externa (EBR) sem fixação mecânica, faz com que a resistência do compósito de FRP não seja alcançada. Os modelos numéricos simulados distinguem-se entre si pelo comprimento colado, sendo a análise pormenorizada nos dois seguintes casos: (i) o comprimento colado é igual ou superior ao comprimento efectivo da ligação ($L_b \geq L_{eff}$); (ii) o comprimento colado é inferior ao comprimento efectivo da ligação ($L_b < L_{eff}$).

5.2 Considerações gerais

Nos casos em que o substrato colado é o betão, o colapso da ligação em sistemas de reforço por colagem externa (EBR) sem fixação mecânica é caracterizado, frequentemente, pelo destacamento do betão. De modo, geral as tensões aplicadas à placa de FRP não atingem metade da sua tensão máxima resistente (ver valores atingidos no Capítulo 4 para as várias leis *bond-slip*). No trabalho de Dimande [6], três dos cinco possíveis modos de rotura prematura relatados pelo autor, devem-se a falhas ocorridas na extremidade do comprimento colado da placa de FRP. Os possíveis modos de rotura são: rotura por destacamento do compósito na

extremidade (ver Figura 5.1); rotura por corte na extremidade; rotura por destacamento na zona de fendilhação por flexão (ver Figura 5.1); rotura por destacamento causado por fendas de corte; e destacamento causado por desnivelamento planimétrico no betão. A comunidade científica, e.g.[6], tem sugerido alguns modos para prevenir a rotura prematura na extremidade, entre eles o uso de dispositivos mecânicos fixados na extremidade do comprimento colado de FRP.

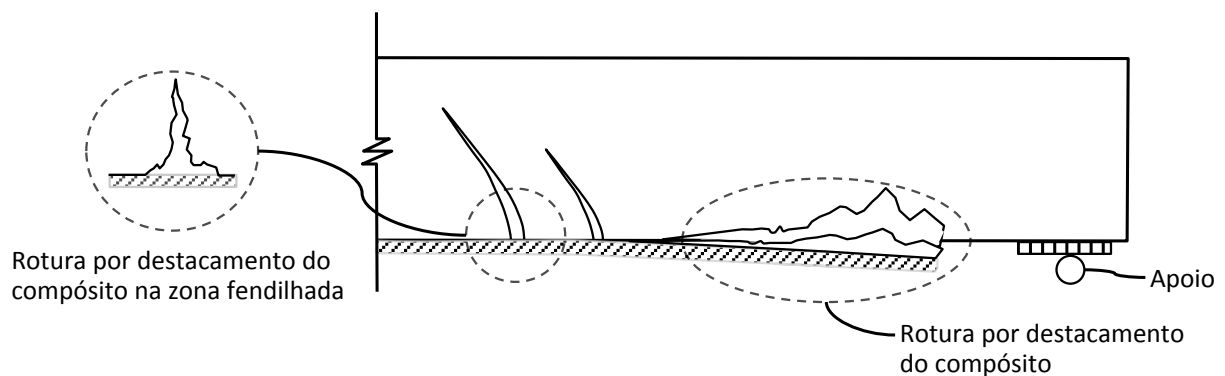


Figura 5.1: Roturas por destacamento do compósito na extremidade e na zona fendilhada

A Figura 5.2 ilustra a base para a criação do modelo numérico simulado. Para efeitos de modelação foi considerado que os ensaios numéricos ocorrem na zona compreendida entre o dispositivo de fixação e a primeira fenda, não existindo desnivelamento planimétrico no substracto.

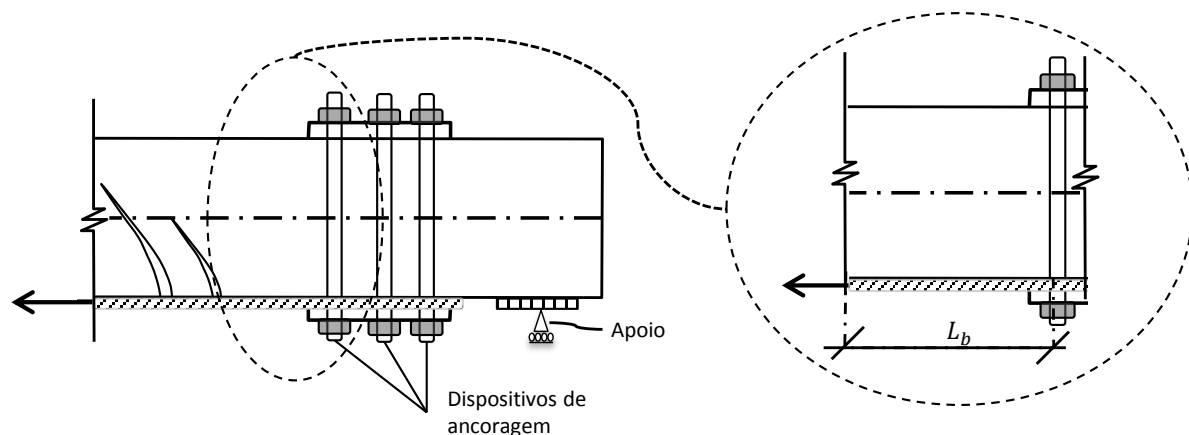


Figura 5.2: Esquema da região de ancoragem do FRP

5.2.1 Processos de descolamento

O processo de descolamento resultante do uso de um dispositivo de fixação na extremidade da interface colada com o substrato é descrito para os casos em que: $L_b \geq L_{eff}$ e $L_b < L_{eff}$. Nesta sub-seção, o processo de descolamento é baseado num ensaio de corte simples conforme representado na figura 5.3.

Duas forças são agora aplicadas sobre a placa de FRP: uma é a carga aplicada (F), a outra é a reacção (R) em $x = L_b$, resultante da restrição imposta pelo apoio nesse ponto. Esta reacção é insignificante (~ 0) para as fases iniciais do processo de descolamento, pois o comportamento da interface FRP-substrato numa fase inicial é similar às situações em que não há restrições de deslizamento impostas no lado oposto da extremidade da placa carregada e profundamente relatada na literatura, [34, 35, 40, 45].

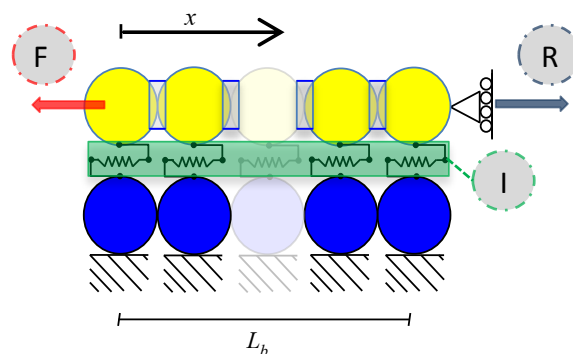


Figura 5.3: Esquema do ensaio de corte simples com fixação na extremidade

Processo de descolamento com $L_b \geq L_{eff}$

Como referido anteriormente, o processo de descolamento para um comprimento colado maior que o comprimento efectivo, assume uma fase inicial em que o comportamento da interface FRP-substrato tem um comportamento similar às situações em que não há restrições de deslizamento. Assim sendo, quando a carga máxima transmitida para ao compósito de FRP é alcançada inicia-se o descolamento e o campo de tensões de aderência começa a migrar da região próxima da carga aplicada para a extremidade ancorada. Durante este processo, a carga máxima transmitida à placa de FRP não aumenta porque o campo de tensões de aderência é o mesmo e o equilíbrio definido pela Equação 4.6 deve ser respeitado. A novidade do processo de descolamento vem quando o campo de tensões de aderência chega ao dispositivo mecânico de fixação colocado em $x = L_b$. A partir desta fase o processo resultante

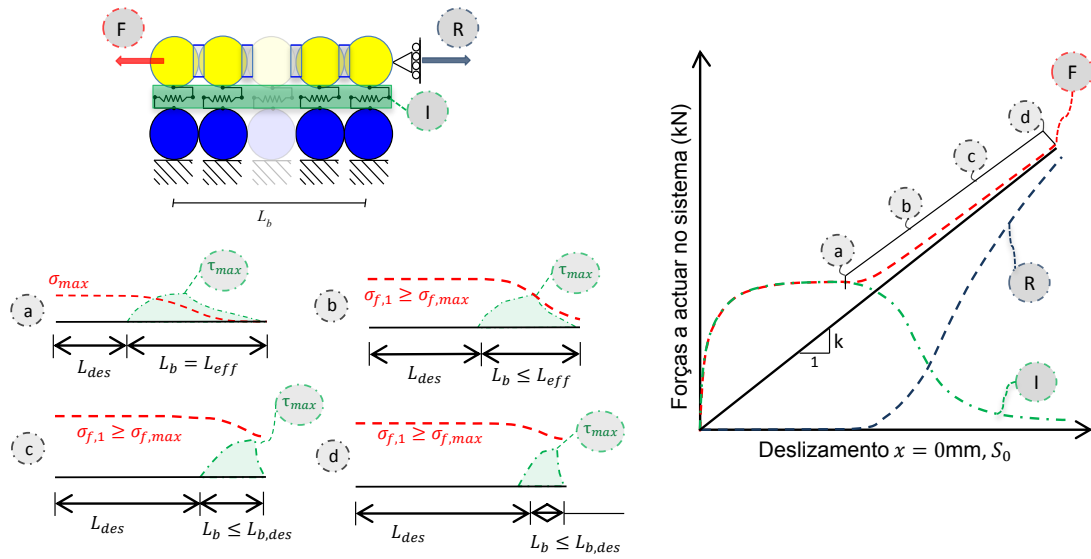


Figura 5.4: Desempenho da interface com dispositivo de ancoragem na extremidade em diferentes fases de carga para $L_b \geq L_{eff}$

da falha por descolamento é descrito pelo equilíbrio estático das forças ao longo da interface, sendo este equilíbrio igual a:

$$F = \int_0^{L_b} \tau(x) \cdot b_f dx + R \quad (5.1)$$

Onde R é a reacção no dispositivo de ancoragem. Assim que as tensões de aderência sejam diferentes de zero na vizinhança do dispositivo de ancoragem (ver Figura 5.4 - caso (a)), o processo de descolamento é caracterizado por um aumento da carga aplicada (F) sobre a placa de FRP, onde as quantidades obtidas a partir do integral definido na Equação 5.1 começa a diminuir (ver Figura 5.4 - linha (I)). Com o acréscimo da carga aplicada, o comprimento onde as tensões de aderência são diferentes de zero torna-se menor do que L_{eff} (ver Figura 5.4 - caso (b)). No seguimento o descolamento continua até que comprimento colado restante se deva quase exclusivamente à parte descendente da lei *bond-slip* (ver Figura 5.4 - caso (c) e (d)), tendendo o integral definido na Equação 5.1 para zero. Ao mesmo tempo, a reacção (R) aumentando durante o processo de descolamento do GFRP. Note-se também que a rigidez axial da placa de GFRP (k) representada na Figura 5.4 é a seguinte:

$$k = \frac{E_f \cdot A_f}{L_b} \quad (5.2)$$

Onde A_f é a área da secção transversal da placa de FRP; e E_f é o módulo de Young do compósito de FRP. Portanto, para um $L_b \gg L_{eff}$, o patamar constante representado na Figura 5.4 aumenta e por sua vez k diminui. Por outro lado, para $L_b = L_{eff}$, são observadas apenas duas etapas, uma vez que o patamar constante deixa de existir porque a ligação não tem comprimento suficiente para atingir a força máxima.

Processo de descolamento com $L_b < L_{eff}$

O processo de descolamento para um comprimento ligado mais curto do que o comprimento efectivo começa da mesma forma que o processo descrito anteriormente, ou seja, para forças baixas, a reacção R é zero, e durante esta fase do processo de descolamento assume as mesmas características que o processo de descolamento sem constrangimentos de deslizamento descritos no Capítulo 4. A partir do instante em que as tensões de aderência são diferentes de zero na vizinhança do dispositivo de ancoragem, o processo de descolamento torna-se diferente do descrito anteriormente. Desta forma, dois casos diferentes podem ocorrer: (i) o $L_b < L_{eff}$ e portanto, o comprimento colado encontra-se numa fase elástica e numa fase *softening* (ver Figura 5.5 - caso (a_1)); (ii) o $L_b \ll L_{eff}$, o comprimento colado está apenas em fase elástica (ver Figura 5.5 - caso (a_2)). Para qualquer um dos casos, a força máxima transmitida à placa de FRP aumenta com o aumento da carga na reacção. Quando o deslizamento último (S_{ult}) é alcançado em $x = 0$ mm dá-se o início do descolamento da interface, aumentando a força transmitida para a placa de FRP. Por sua vez o comprimento descolado (L_{des}) da interface aumenta (ver Figura 5.5 - Caso (b)). Este processo evolui até que a tensão máxima de aderência é atingida nas proximidades de $x = L_b$ (ver Figura 5.5 - Fase (c)). A partir daqui, o restante comprimento colado restante deve-se à parte descendente da lei *bond-slip* ($L_{b,sof}$). O comprimento colado tenderá para zero, enquanto a carga e a reacção tenderão para a aumentar, o que significa que a placa de FRP é descolada quase na sua totalidade do substrato (ver Figura 5.5 - Fase (c)). A fase final do processo de descolamento é caracterizada por uma tendência da força transmitida à placa de FRP (F) e a reacção (R) igualarem a com uma rigidez igual à rigidez axial da placa de FRP (K) anteriormente definida na Equação 5.2.

Apesar do comprimento reduzido ainda colado no final do processo, dois aspectos são relevantes realçar: (i) - O ponto $x = L_b$, o deslizamento é sempre igual a zero (justificado pelo dispositivo mecânico de fixação), pelo que a tensão de aderência é zero nesse ponto; (ii)

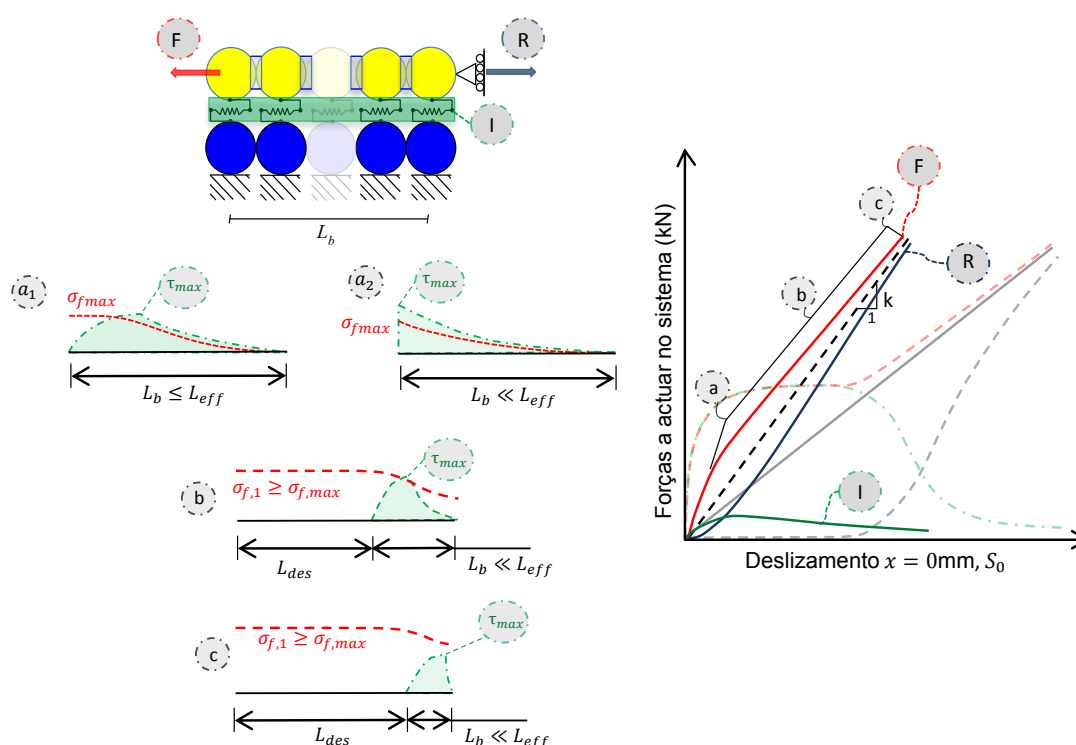


Figura 5.5: Desempenho da interface com dispositivo de ancoragem na extremidade em diferentes fases de carga para $L_b < L_{eff}$.

- o compósito de FRP colapsa antes de atingir valores próximos da sua capacidade resistente para $x \approx L_b$ (ver Figura 5.5), fazendo com que a lei *bond-slip* não seja totalmente percorrida na zona próxima do dispositivo de ancoragem.

5.3 Modelação numérica

5.3.1 Definição das assembleias de partículas e dos modelos de contacto

A modelação numérica realizada para simular o processo de descolamento do FRP/substrato com um dispositivo mecânico de fixação numa das extremidades do provete teve um arranjo linear de duas linhas (ver Figura 5.6). A linha superior referente ao compósito de FRP (amarelo) e outra linha inferior referente ao substrato (azul). Assim, e de forma a ilustrar os processos de descolamento discutidos na secção anterior, foram modelados provetes com comprimentos colados (L_b) de 50, 100, 150, 200 e 250 mm. Para efeitos de modelação, o procedimento seguido é semelhante ao utilizado no sub-capítulo 4.3.3, sendo que neste capítulo uma das extremidades é fixa, como se ilustra na Figura 5.6.

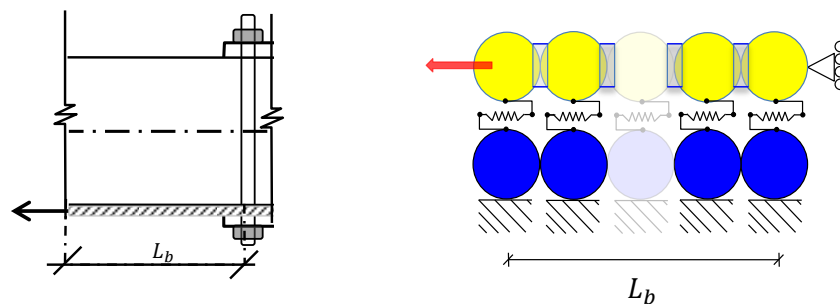


Figura 5.6: Esquema do ensaio de corte simples com dispositivo de ancoragem segundo MED.

Os modelos de contacto utilizados estão ilustrados na Figura 5.7, sendo os parâmetros de referência: espessura da chapa de FRP $t_f = 2.54$ mm, a largura inicial $b_{f0} = 80$ mm, e o módulo de Young é $E_f = 23350$ MPa, assumindo uma lei *bond-slip* bi-linear, com os parâmetros de referência: $\tau_{max} = 4,24$ MPa; $S_{max} = 0,101$ mm e $S_{ult} = 0,720$ mm. No que concerne à placa de FRP foi adoptado o modelo de *adesão paralela* que terá uma rigidez normal e de corte das ligações $\bar{K}^n = \bar{K}^s = 8.84e^{12}$ N/m, uma tensão resistente normal e de corte $\bar{\sigma}_n = \bar{\tau}_c = 5.139e^8$ Pa e o raio de ligação $\bar{R} = 1$.

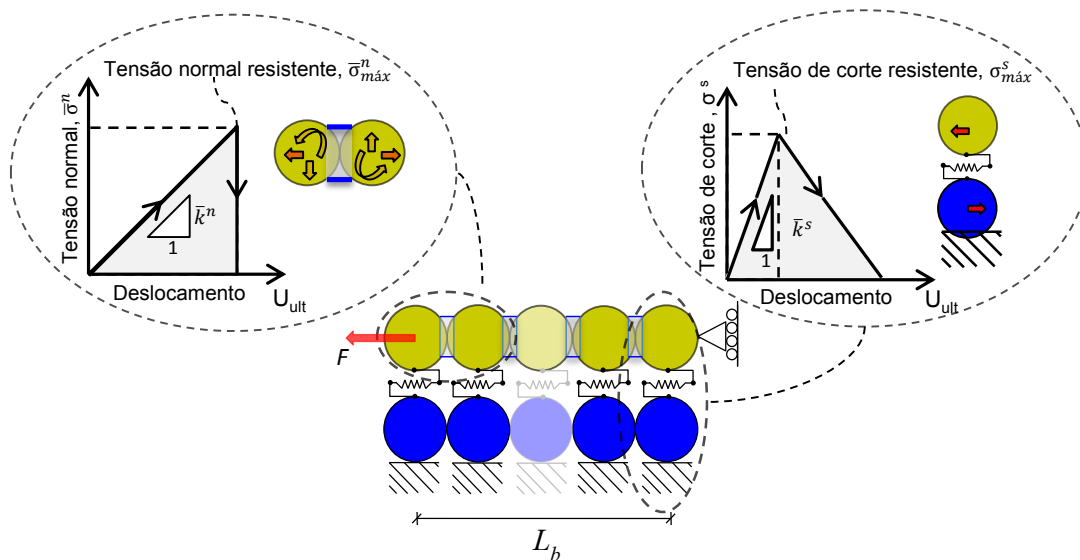


Figura 5.7: Esquema do ensaio de corte simples com dispositivo de ancoragem segundo MED.

5.3.2 Ensaios de arrancamento

Relativamente à velocidade dos ensaios, considerou-se uma velocidade de ($v = 0.05 \text{ m/s}$) e um passo de cálculo crítico, $t_{crit} = 1e^{-11} \text{ s}$, evitando desta forma picos de tensões entre partículas.

Processo de descolamento numérico

A Figura 5.8 mostra os resultados numéricos, no qual, inicialmente como previsto a reacção é insignificante (~ 0), e os valores da força aplicada e a força de aderência são muito similares, sendo isto mais evidente com o acréscimo do comprimento colado (L_b). Após esta fase preliminar é possível verificar que o modelo numérico é consistente e reflecte os valores esperados pela Equação 5.2, ou seja, com o aumento do comprimento colado, o patamar constante representativo da mobilização das tensões de aderência tende a surgir, e por sua vez a rigidez da ligação diminui, diminuindo por sua vez o declive do acréscimo de força aplicada ao FRP (F_a) e da reacção (R).

Ainda sobre a aproximação do modelo numérico com a Equação 5.2, este valor torna-se expressivo quando é atingido o início do descolamento ($S = 0.720\text{mm}$), valor que representa o ponto de inflexão para comprimentos colados inferiores a 240mm. No caso do comprimento colado ser superior a 250 a concavidade da linha que representa a força aplicada (F_a) tende em alterar assim que o comprimento colado é menor que o comprimento colado efectivo.

A Equação 5.1, também é contemplada nos modelos numéricos, sendo o equilíbrio estático da interface garantido pelo modelo numérico em todas as fases do ensaio. Independentemente do comprimento colado, a tensão de aderência decresce quando o comprimento colado é inferior ao efectivo, tendendo para valores próximos de zero se se tiver em em consideração os valores de força máxima.

Por outro lado, a Figura 5.8 mostra ainda que com este tipo de reforço nunca se atinge o descolamento total da ligação, pelo que a tensão de aderência nunca será zero em todo o comprimento colado. Dado que os deslizamentos do compósito de FRP nas proximidades do dispositivo de fixação não percorrerem a totalidade da lei *bond-slip*, o comprimento final colado ($L_{b,f}$) deverá tender para valores próximos de:

$$L_{b,f} = \frac{\varepsilon_{f,u}}{S_{ult}} = \frac{0.022}{0.720} \approx 30\text{mm} \quad (5.3)$$

onde $\varepsilon_{f,u}$ é a extensão máxima de rotura do compósito de FRP e S_{ult} o deslizamento relativo último da ligação representada.

Desta forma, depreende-se que através dos resultados que o modelo numérico conseguiu identificar todas as fases do processo de descolamento para este tipo de reforço.

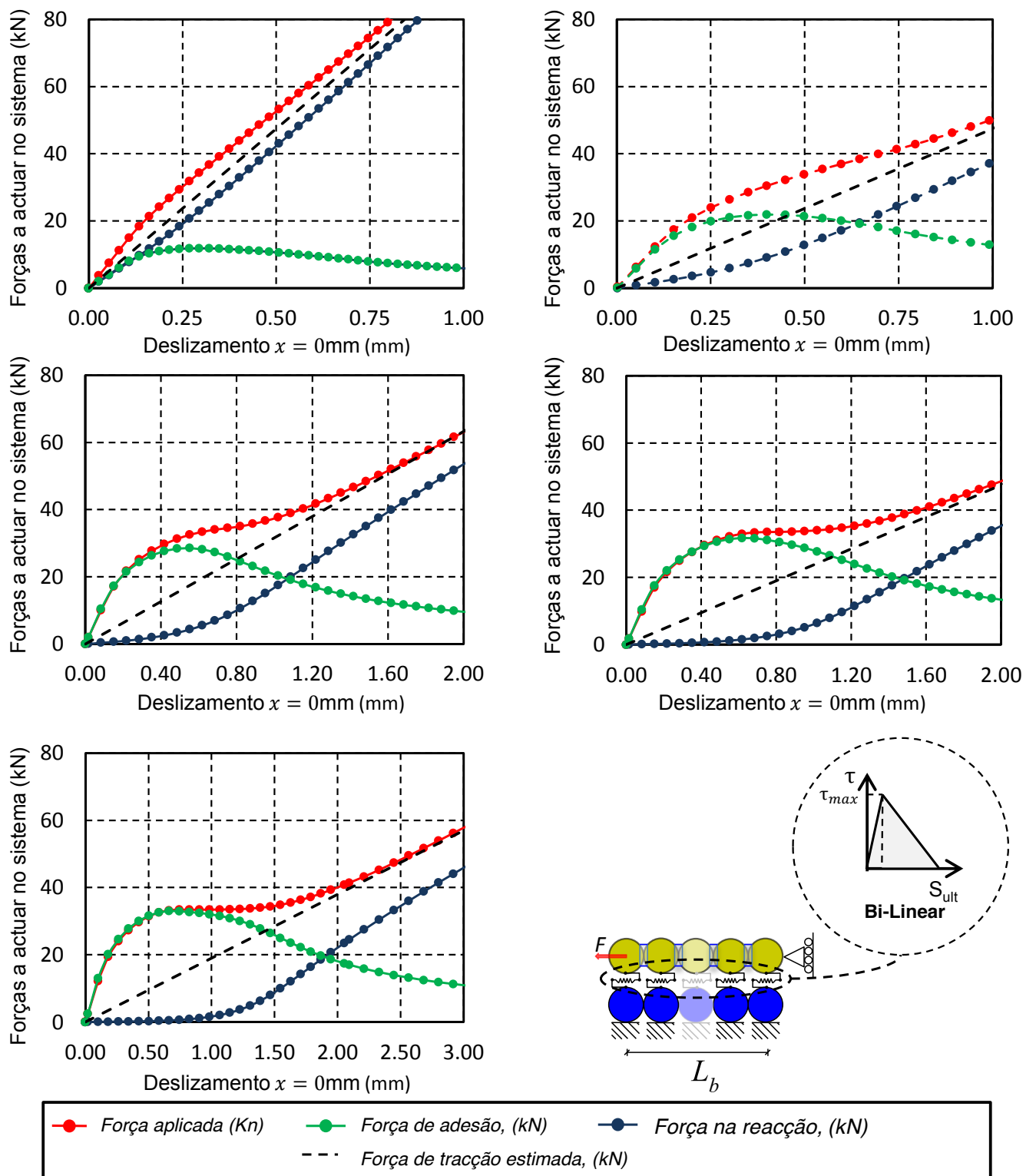


Figura 5.8: Processo de descolamento do FRP - substrato para vários comprimentos colados segundo o MED.

Análise do processo de descolamento pormenorizada

As Figuras 5.9 e 5.10, ilustram o processo de descolamento para um $L_b \geq L_{eff}$ com $L_b = 250mm$ e para $L_b < L_{eff}$ com $L_b = 100mm$, respectivamente.

Análise da distribuição de tensões para $L_b \geq L_{eff}$.

A descrição do processo de descolamento é efectuada tendo em conta as tensões de aderência e a tensão longitudinal ao longo da placa de FRP. As figuras realçam as forças obtidas em quatro etapas da modelação numérica. Ao analisar as tensões de aderência, é possível entender com maior facilidade algumas das observações efectuadas no sub-capítulo ??, no qual foi previsto um segmento do comprimento colado de aproximadamente 30mm para o qual a tensão de aderência nunca será zero, por outro lado ambos os modelos mostram um aumento da força transmitida ao compósito de FRP, o diagrama das tensões de aderência tende a diminuir proporcionalmente ao aumento da reacção no dispositivo de ancoragem.

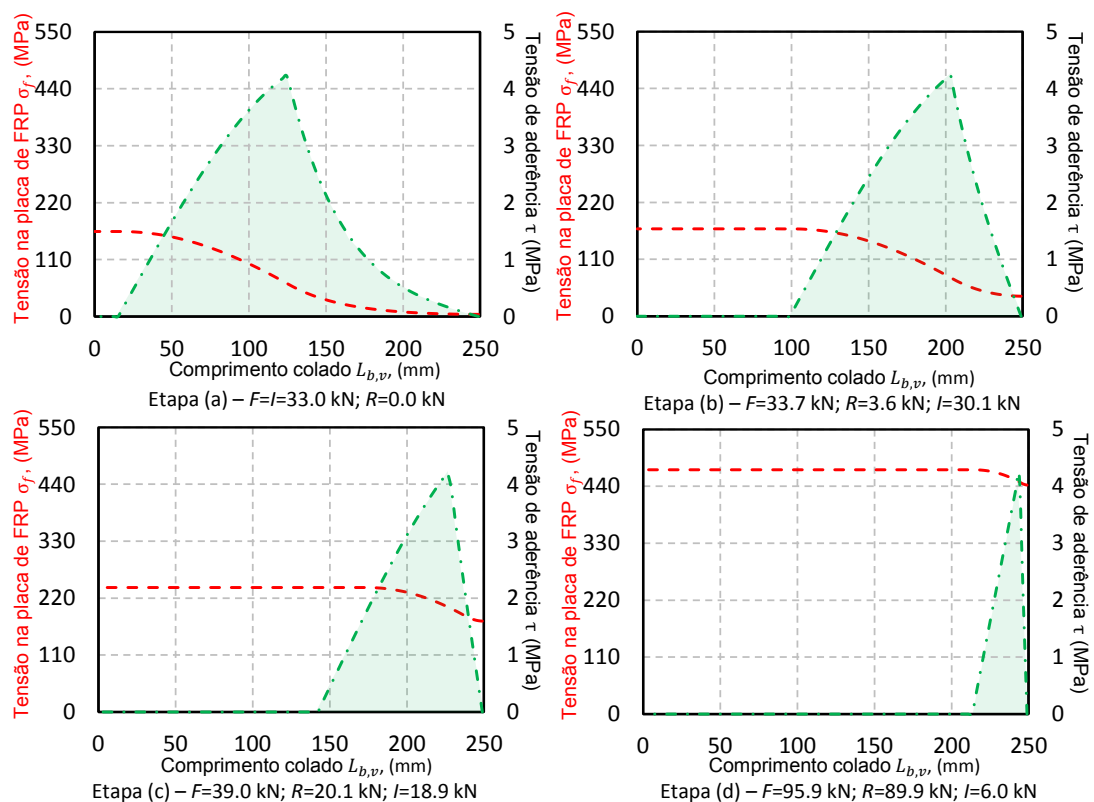


Figura 5.9: Diferentes fases do processo de descolamento da interface para $L_b \geq L_{eff}$.

Analisando os valores registados na placa de FRP da Figura 5.9 (a) e da Figura 5.10 (b), é

possível verificar um valor de tensão normal no FRP superior no caso em que $L_b < L_{eff}$ apesar do descolamento no caso em que $L_b \geq L_{eff}$ já ter sido iniciado e estando o diagrama de tensões de aderência na fase de migração para o final do comprimento colado. Em qualquer etapa de ambos os casos, verificou-se que a Equação 5.1 é respeitada com grande precisão. Tendo em conta as Figuras 5.9 (d) e 5.10(d)), é de notar que o comprimento da interface com tensões de aderência diferentes de zero são aproximadamente iguais 30mm, e cujo valor já foi anteriormente justificado. Ao mesmo tempo, tendo em atenção o valor da força de aderência e ao valor da força registada no dispositivo de ancoragem, é possível verificar que a Equação 5.1 é contemplada com precisão pelo modelo numérico produzido.

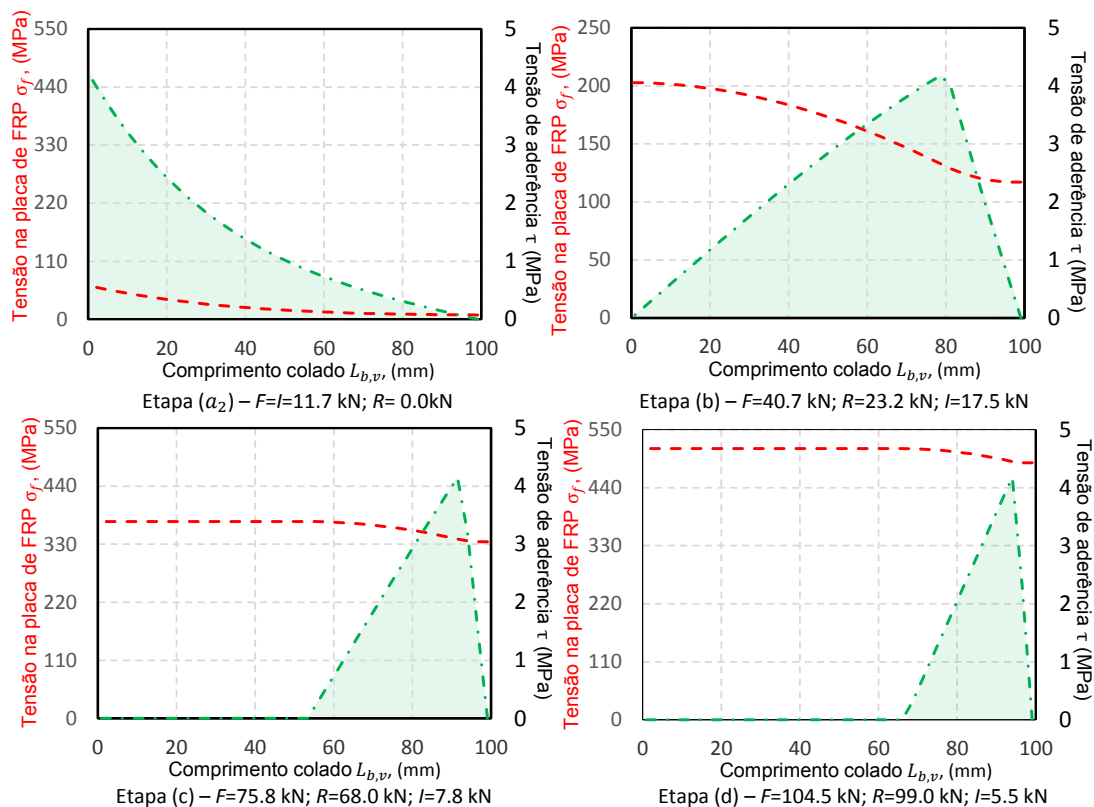


Figura 5.10: Diferentes fases do processo de descolamento da interface para $L_b < L_{eff}$.

5.4 Discussão e análise de resultados

No presente capítulo foi desenvolvido e analisado o processo de descolamento aquando da utilização de um dispositivo mecânico de fixação numa das extremidades do FRP.

Após várias simulações dos modelos numéricos permitem as seguintes análises:

- A lei *bond-slip* bi-linear provou ser uma boa aproximação, mostrando que é viável a sua utilização para o caso em estudo.
- Os vários modelos numéricos mostraram que o processo de descolamento FRP/substrato tende para a rigidez do compósito de FRP. Ao aumentar o comprimento colado a rigidez da ligação do compósito de FRP diminui, apesar deste efeito só ser mais visível após as tensões de aderência atingirem o dispositivo de fixação mecânico;
- Tal como esperado, os resultados numéricos mostraram que para um $L_b \geq L_{eff}$ este tipo solução acrescenta eficiência em relação aos casos em que ambas as extremidades estão livres, apenas quando o digrama de tensões de aderência atinge a extremidade oposta ao carregamento do modelo numérico, conseguindo então nas extremidades fixadas mecânicamente atingir a tensão máxima resistente da parte do compósito de FRP.
- Nos casos em que $L_b < L_{eff}$ o dispositivo de fixação mecânica mostrou ser eficiente, pois a força de reacção no dispositivo de fixação mecânica sofre um aumento rápido para cargas baixas transmitidas para a placa de FRP sem promover o descolamento do compósito de FRP do substrato colado;
- Dos resultados numéricos, conclui-se que em condições normais a rotura do compósito de FRP ocorreria a uma distância de pelo menos 30mm (tendo em conta os valores de referência) relativamente ao dispositivo de fixação mecânico.

Capítulo 6

Análise numérica da ligação FRP/substrato com largura variável

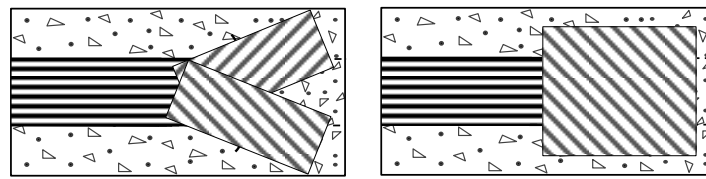
6.1 Introdução

No presente capítulo, é analisado um sistema alternativo à implementação de dispositivos de ancoragem mecânicos. Uma análise numérica ao comportamento da interface FRP-substrato é efectuada quando: (i) a placa de FRP contém uma largura variável em todo o seu comprimento colado; (ii) a placa de FRP é dividida por um comprimento colado de largura constante e outro de largura variável.

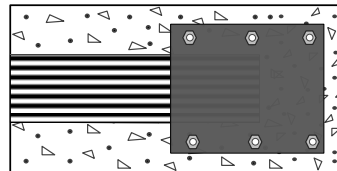
6.2 Considerações gerais

De forma a prevenir o destacamento do compósito nas extremidades, vários investigadores têm vindo a desenvolver sistemas de fixação alternativos, e.g. [46, 47]. Alguns dos sistemas consistem em alargar o compósito de FRP nas extremidades da placa de FRP, conforme se mostra na Figura 6.1.

Travassos [47], sugeriu a adição de mais camadas de compósito de CFRP nas extremidades da placa de CFRP como forma de evitar o fenómeno de descolamento prematuro. Em particular, foram propostas duas técnicas: (i) adição de camadas rectangulares de CFRP que sobrepõem o reforço principal (ver Fig.6.1(a)), e (ii) fixação de uma chapa metálica sobre o reforço principal (Fig.6.1(b)). O processo de descolamento da interface FRP-substrato é analisado numericamente com base na Figura 6.2, onde apenas lei *bond-slip* linear



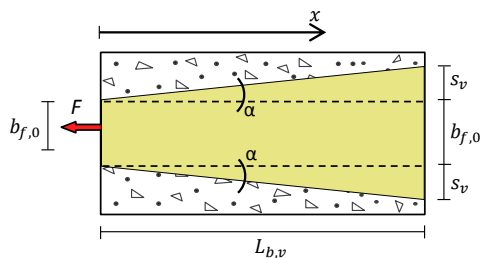
(a) Fixação complementar de compósito de FRP com ângulos diferentes



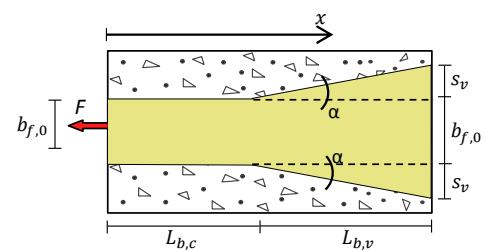
(b) Fixação complementar de uma chapa metálica

Figura 6.1: Sistemas de ancoragem para impedir a descolagem prematura das placas de FRP com a técnica EBR, adaptado de [47]

descendente foi adotada para a análise.



(a) Modelo numérico produzido para o estudo de seções de largura variável



(b) Modelo numérico produzido para o estudo de seções de largura constante mais variável

Figura 6.2: Modelo numérico produzido para o estudo de seções de largura variável

Procurou-se, nas seções seguintes compreender a eficiência e o potencial da aplicação destes sistemas em situações reais.

6.3 Modelação numérica

6.3.1 Criação das assembleias de partículas e dos modelos de contacto

A simulação do processo de descolamento de uma placa FRP do substrato colado com uma variação linear ao longo do comprimento colado ($L_{b,v}$), terá novamente uma assembleia de partículas estável assumida anteriormente e ilustrada na Figura 6.3. Os modelos tiveram um

arranjo linear de duas linhas, com a linha superior referente ao compósito de FRP (amarelo) e outra linha inferior referente ao substrato rígido (azul).

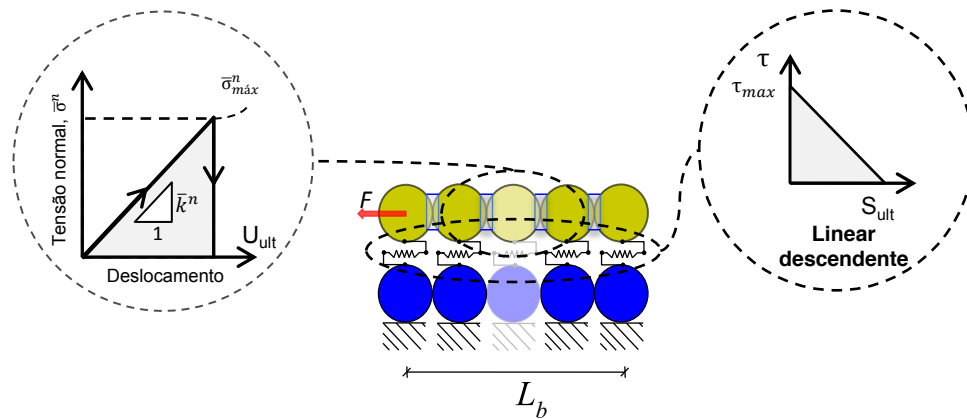


Figura 6.3: Modelo numérico produzido para o estudo de secções de largura variável

Os parâmetros de referência assumidos para a secção de largura constante são: espessura da chapa de FRP $t_f = 2.54$ mm, largura inicial $b_{f0} = 80$ mm e o módulo de Young $E_f = 23350$ MPa. Na Lei *bond-slip* assumiu-se os parâmetros de referência iguais a: $\tau_{max} = 4.24$ MPa e $S_{ult} = 0.720$ mm. Na ligação entre partículas de FRP o modelo de adesão paralela foi assumido no que concerne à placa de FRP com $\bar{K}^n = \bar{K}^s = 8.84e^{12} N/m$, tensão normal e de corte, respectivamente $\bar{\sigma}_n = \bar{\tau}_c = 5.139e^8 Pa$, e o raio de ligação $\bar{R} = 1$. Na Tabela 6.1 os comprimentos colados utilizados na modelação numérica são:

Tabela 6.1: Ensaio de secção variável e mista modelados PFC^{2D}

ensaios modelados				
	Lei bond-slip	Ângulo da secção (°)	Comprimento da secção constante (mm)	comprimento da secção variável (mm)
Secção Variável	Descendente	0; 5; 15; 30; 45; 60	0	25; 50; 100; 150; 200; 250; 300
secção mista (constante + variável)	Descendente	0; 5; 15; 30; 45; 60	50	50
			50	200
			200	50
			200	200

Os valores referenciados destinam-se à largura inicial de $b_{f0} = 80$ mm e dada a dificuldade de alterar o parâmetro referente à largura das partículas no programa em que é efectuada a modelação, na zona em que a secção variável linear foi ajustada a rigidez e a tensão resistente dos contactos à largura efectiva de ligação. O processo é explicado na Secção 6.3.2.

6.3.2 Modelos de contacto nas secções de largura variável

Na Figura 6.2 o compósito de FRP assume uma largura variável com taxa de variação constante ao longo do comprimento colado ($L_{b,v}$). Como referido anteriormente, o aumento da secção transversal do compósito de FRP não é possível de ser efectuada em termos dimensionais. Desta forma foram reajustadas as propriedades mecânicas tanto para o modelo de *adesão paralela* que define os contactos do compósito de FRP como para o modelo *bond-slip* descendente adoptado para reproduzir a interface FRP-substrato de forma a ser equiparado com a taxa de variação da largura pretendida.

Para efeitos da modelação numérica o aumento da largura é dado pelo parâmetro S_v :

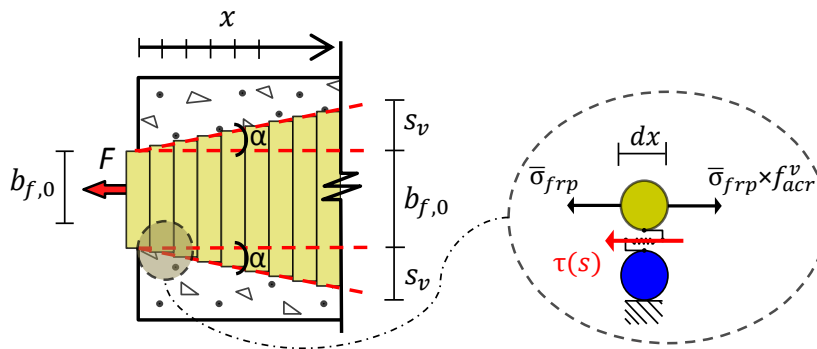


Figura 6.4: Esquema de utilização do factor de acréscimo numa partícula do FRP

$$S_v = x \cdot \tan(\alpha) \quad (6.1)$$

onde α representa o ângulo formado pela linha que corresponde à largura inicial (b_{f0}) e a linha de limitação do compósito de FRP ao longo do comprimento colado variável ($L_{b,v}$), e x representa o incremento do comprimento colado, obtido através de:

$$x = dx \cdot n_p \quad (6.2)$$

sendo dx o comprimento de cada ligação e n_p o número de identificação da partícula, o aumento total da secção variável é:

$$b_{f,total} = 2 \cdot L_{b,v} \cdot \tan(\alpha) \quad (6.3)$$

Tendo em conta as expressões acima referidas o factor de acréscimo de largura (f_{acr}^v) é dado

por:

$$f_{acr}^{cv} = \frac{b_{fo} + \left(2 \times \left(\frac{x}{dx} - 1\right) \times dx \times \tan(\alpha)\right)}{b_{fo}} \quad (6.4)$$

Tal como indicado na Figura 6.5, todas as propriedades que definem o modelo de *adesão paralela* são multiplicadas pelo factor de acréscimo de largura f_{acr}^v , excepto o parâmetro referente ao raio da ligação $\bar{R} = 1$. Já no modelo *bond-slip*, apenas a tensão de aderência máxima (τ_{max}), foi multiplicada pelo factor de acréscimo de largura, pois as partículas que compõem o substrato estão encastradas, fazendo com que os restantes factores não influenciem os resultados da modelação numérica.

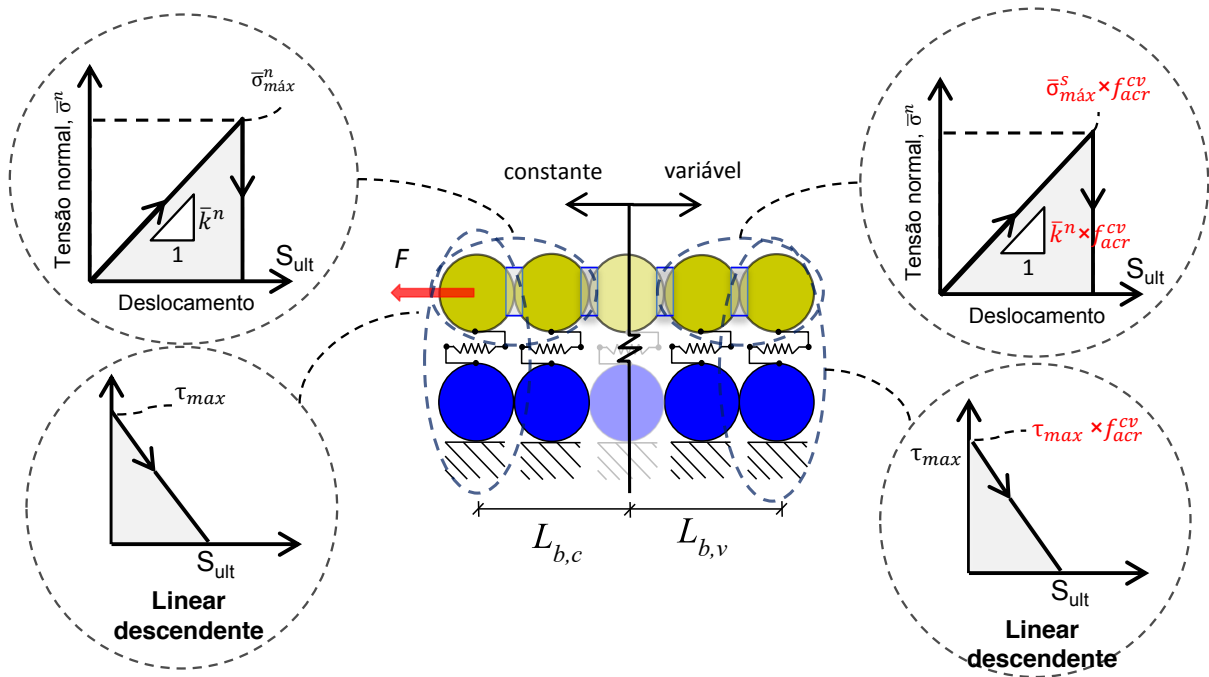


Figura 6.5: Esquema de utilização do factor de acréscimo de largura em seções variáveis

6.3.3 Ensaios de arrancamento

A modelação do ensaio de corte teve por base uma velocidade constante de $v = 0.1 \text{ m/s}$ e um passo de cálculo crítico, $t_{crit} = 5e^{-11} \text{ s}$, evitando-se desta forma picos de tensões entre partículas.

6.3.3.1 Secção variável

Com o objectivo de compreender e analisar o efeito da variação do ângulo (α), as forças máximas aplicadas aos modelos e os comprimentos efectivos foram observados. Os dois aspectos do processo de descolamento analisados foram: (i) início do descolamento e (ii) instante em que estão aplicadas as cargas máximas ao modelo. Sendo a lei *bond-slip* linear descendente, o perfil das linhas que definem as distribuições das tensões de aderência, os deslizamentos e as tensões normais na placa de FRP, são idênticas às consideradas numa placa de secção linear constante (secção 4.3.3). Desta forma o comportamento da interface não contempla uma fase elástica considerada, por exemplo, nas leis *bond-slip* Bi-lineares.

Processo de descolamento para $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$

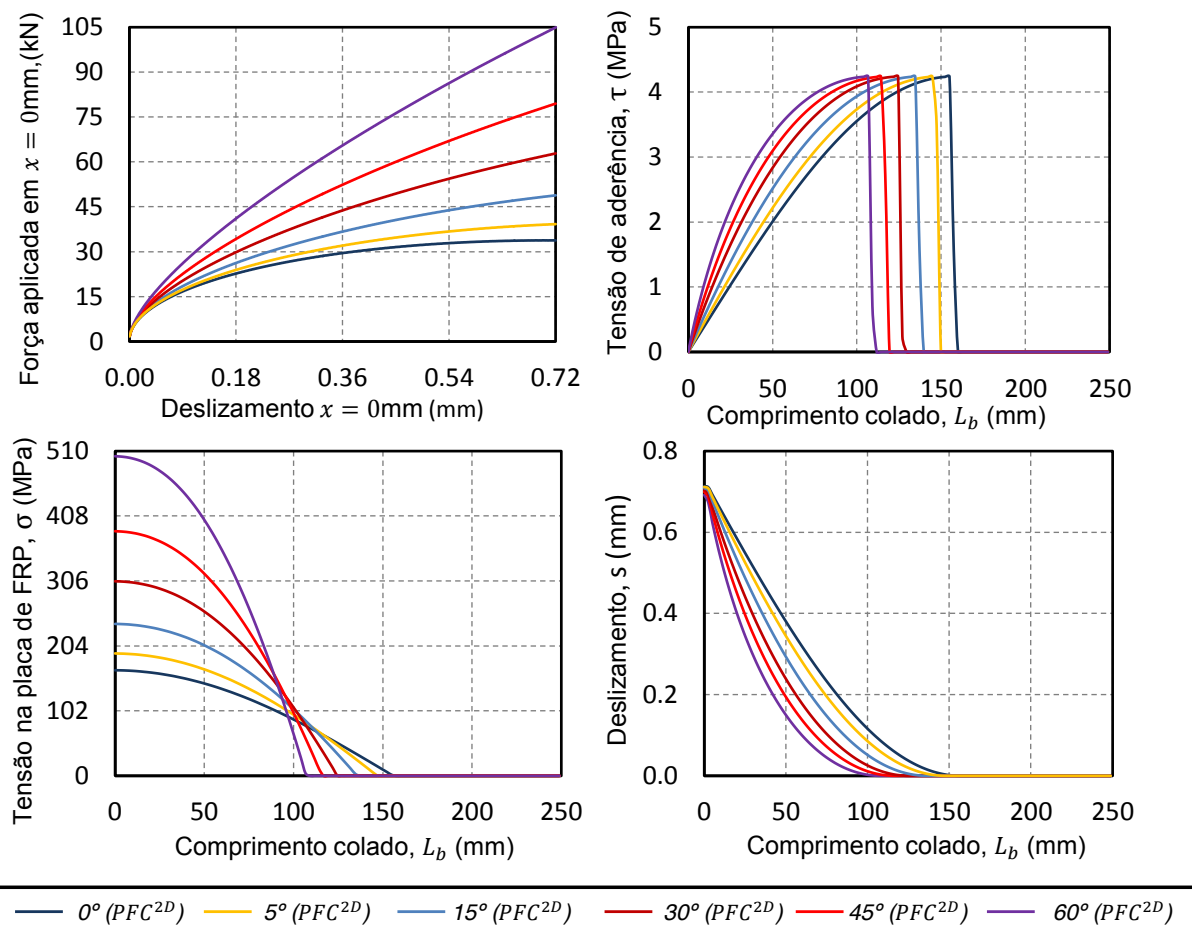


Figura 6.6: Desempenho do modelo numérico $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$, no início do descolamento

Por causa da lei *bond-slip* adoptada, o comportamento da interface para cargas pequenas está praticamente rígido. À medida que a carga aplicada aumenta, a tensão de aderência diminui nas proximidades de $x = 0$ mm, até que se atinge uma tensão de aderência nula para $x = 0$ mm. Esta fase é representada pela Figura 6.6, onde é possível verificar que com o aumento do ângulo α as forças aplicadas à placa de FRP também aumentam, diminuindo por sua vez o comprimento de colado solicitado. Ao comparar os valores de $\alpha = 60^\circ$ e $\alpha = 0^\circ$ é possível verificar que no momento em que se dá o início do descolamento a tensão normal aplicada no início da placa de FRP para $\alpha = 60^\circ$ é cerca de 3 vezes superior da tensão normal aplicada em $\alpha = 0^\circ$. Apesar do comprimento efectivo de ligação diminuir com o aumento do ângulo α , a área solicitada no início do descolamento é superior nos casos em que $\alpha \neq 0$. Por exemplo, a área solicitada para $\alpha = 60^\circ$ é aproximadamente 2 vezes superior ao ao caso em que $\alpha = 0^\circ$.

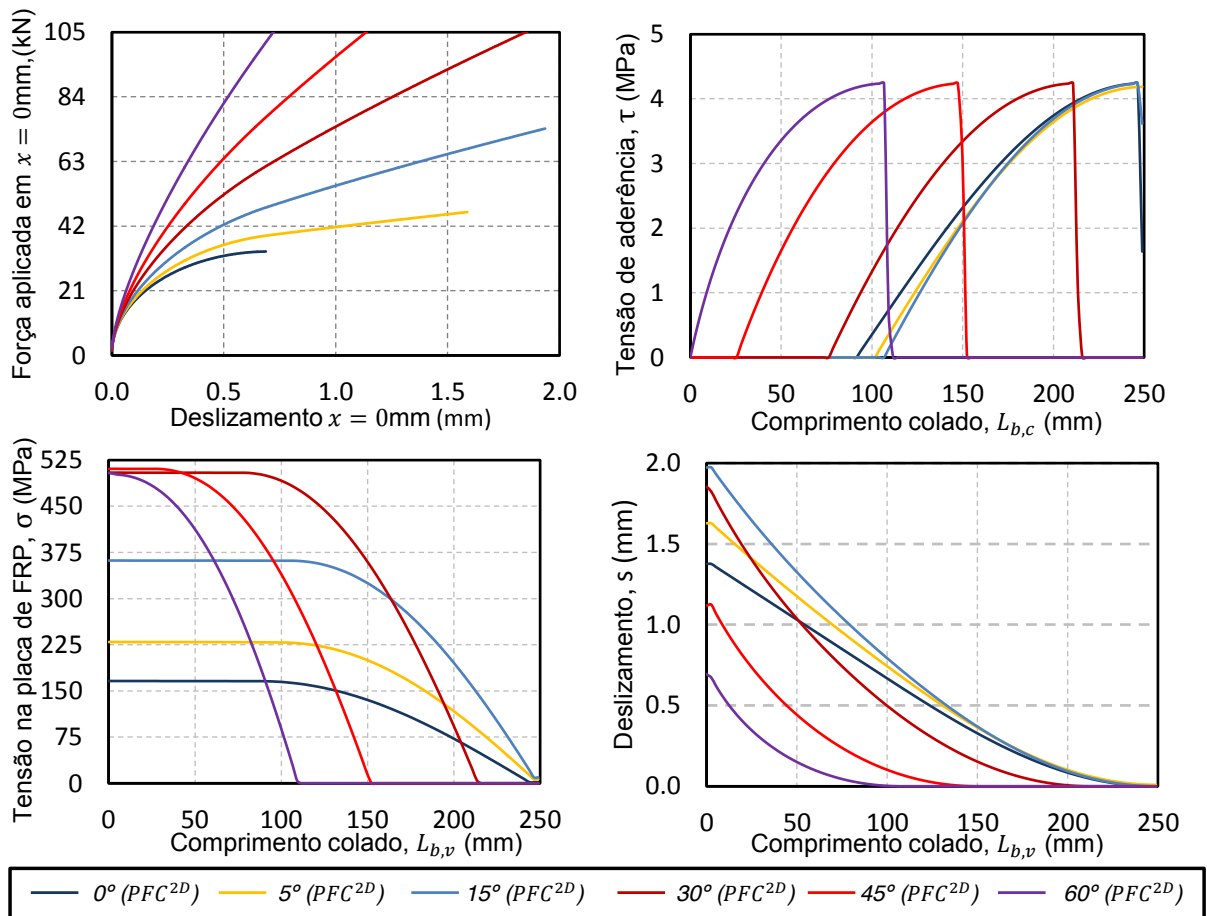


Figura 6.7: Desempenho do modelo numérico $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$, após o início do descolamento

Dado o início do descolamento, as tensões continuam a migrar ao longo da superfície colada para a extremidade oposto ao carregamento. Ao contrário da solução de largura constante, no qual as tensões de aderência permanecem na força máxima até que as tensões normais da placa de FRP cheguem ao comprimento final da placa, o aumento da secção faz com que a força aplicada no FRP aumente. Da Figura 6.7 é possível verificar que o aumento da secção faz aumentar efectivamente a resistência do reforço, atingindo-se em alguns casos a resistência máxima do compósito de FRP nos provetes com $\alpha \geq 45^\circ$.

Processo de descolamento para $L_{b,v} < L_{eff,v}$

Escolheu-se o momento em que a força máxima aplicada ao modelo é atingida foi escolhida com o intuito de ilustrar o processo de descolamento no caso de $L_{b,v} < L_{eff,v}$. Apesar do processo de descolamento ser idêntico ao anterior, as forças máximas verificadas são inferiores e surgem antes do início do descolamento do FRP. Na Figura 6.8, é verifica-se que aquando da força máxima aplicada ao modelo, toda a interface colada encontra-se solicitada, sendo o pico da tensão de aderência situado ao ponto de aplicação da carga.

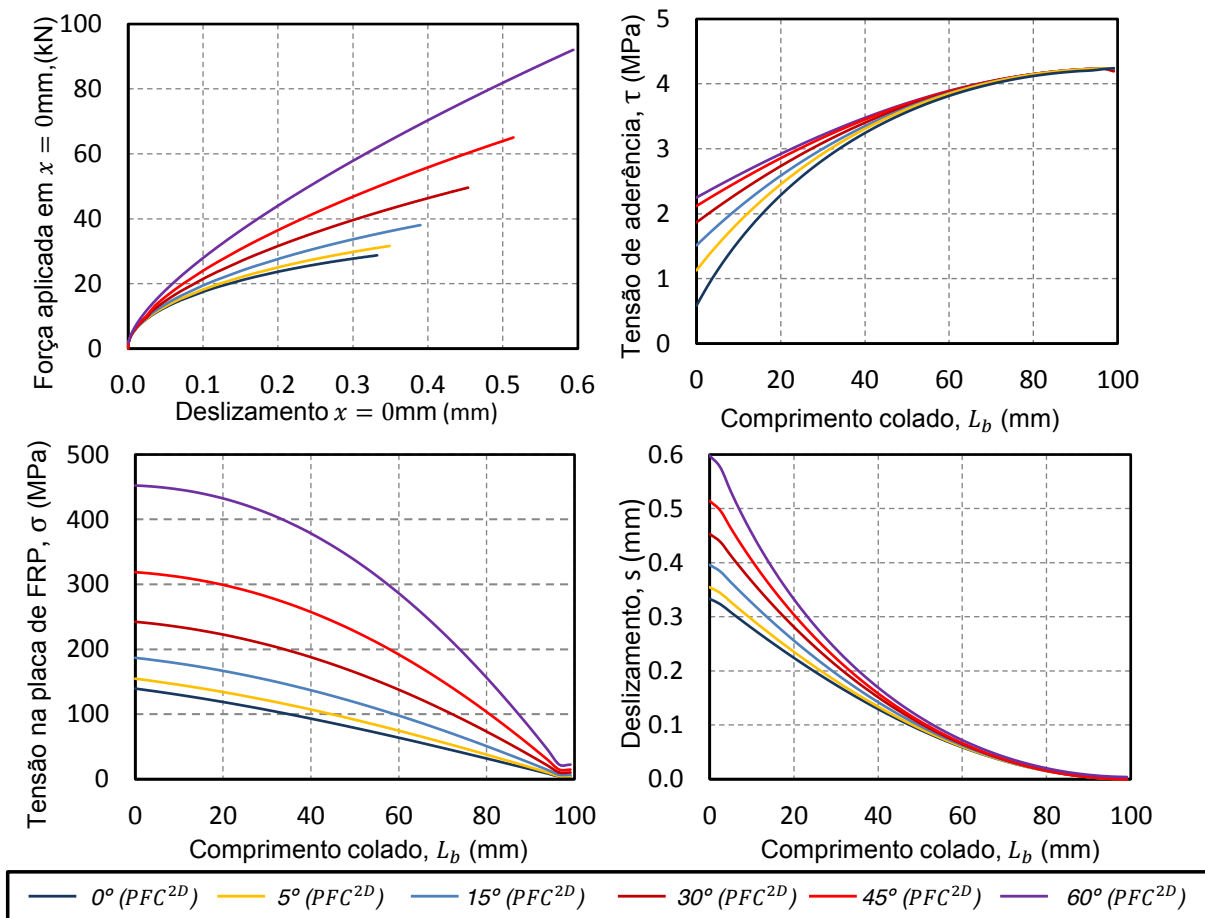


Figura 6.8: Desempenho do modelo numérico $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$, no início do descolamento

Após o pico de força máxima as tensões de aderência irão continuar a baixar até que se dê início ao deslocamento, que corresponde à tensão de aderência for nula em $x = 0\text{mm}$.

Efeito da variação do ângulo

A Figura 6.9, ilustra duas fases do processo de descolamento: (i) força aplicada na placa de FRP no início do deslocamento para vários comprimentos colados; (ii) força máxima aplicada na placa de FRP.

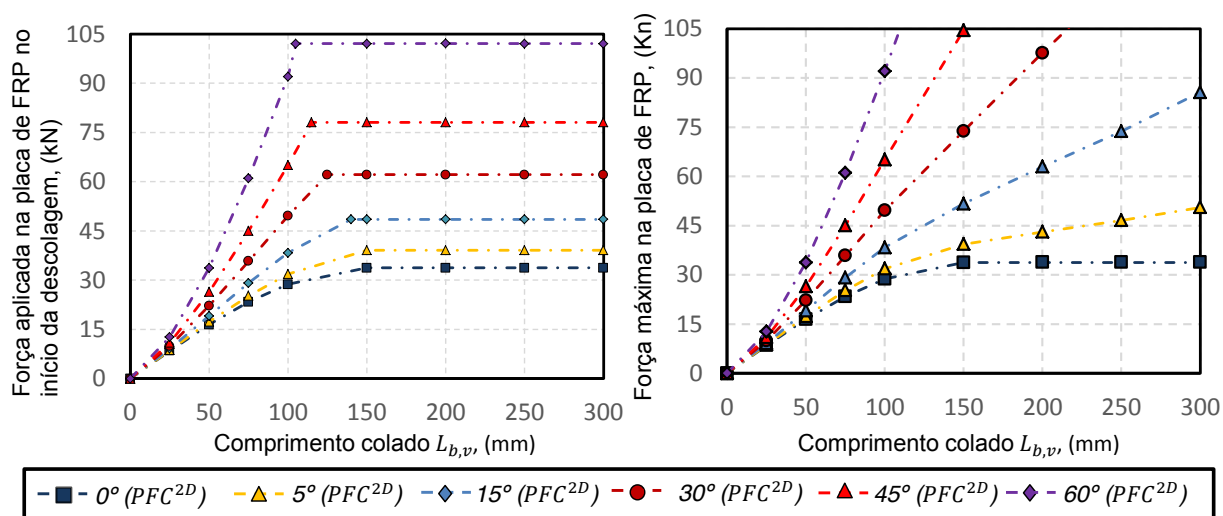


Figura 6.9: Forças máximas aplicadas à placa de FRP no início do descolamento (esquerda) e Forças máximas atingidas ao longo dos ensaios (direita) para os vários valores de α

Da Figura 6.9 (a), pode-se observar a influência da variação da secção no início do descolamento. Com o aumento de α , o comprimento colado solicitado no início do descolamento diminui e por sua vez a força aplicada aumenta.

Da Figura 6.9 (b), ao contrário dos modelos com largura constante, o processo de descolamento do FRP com uma largura variável no substrato colado não contém um comprimento efectivo de ligação, devido ao acréscimo de área da superfície colada conforme as tensões de aderência migram para o lado oposto ao ponto de aplicação da carga. Desta forma a força aplicada cresce até que se atinja a quase totalidade do descolamento, ou alternativamente, até atingir-se a resistência do compósito de FRP. Dos vários modelos numéricos, foi possível verificar que o aumento da força aplicada ao FRP deve-se quase na totalidade pelo aumento da largura de colagem, mas uma pequena parte deve-se também ao aumento do comprimento colado mobilizado. No caso de um comprimento colado de $L_{b,v} = 250\text{mm}$ para um ângulo de $\alpha = 15^\circ$ o comprimento da interface solicitada varia cerca de 7% desde o início do descolamento até ao ponto de força máxima.

6.3.3.2 Secções combinadas

Uma placa de FRP com a combinação de secções é agora analisada. A tabela 6.1 apresenta os quatro casos de estudo. Os comprimentos colados da ligação FRP/substrato foram escolhidos de forma a identificar as diferentes soluções:

- $L_{b,c} \geq L_{eff,c}$ e $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$;
- $L_{b,c} \geq L_{eff,c}$ e $L_{b,v} < L_{eff,v}$;
- $L_{b,c} < L_{eff,c}$ e $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$;
- $L_{b,c} < L_{eff,c}$ e $L_{b,v} < L_{eff,v}$.

(i) **Processo de descolamento:** $L_{b,c} \geq L_{eff,c}$ e $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$

Para o caso em que os comprimentos colados são maiores que os comprimentos efectivos de ligação, três pontos foram escolhidos para demonstrar os resultados numéricos. A - início do processo de descolamento da secção com largura constante; B - momento em que as tensões de aderência atingem a extremidade constante da placa de FRP; C - correspondente ao momento em que é atingido a força máxima aplicada à placa de FRP. A figura 6.10, apresenta a força aplicada na placa de FRP em relação ao deslizamento na extremidade ($x = 0\text{mm}$), assim como é discretizado a as tensões e os deslizamentos em dois instantes da modelação numérica. Durante o comprimento colado constante, $L_{b,c}$, as tensões atingem o seu máximo no ponto A. Na migração das tensões de aderência até ao ponto B não existe variação das tensões de aderência nem do comprimento efectivo da ligação. Do ponto B para o ponto C, o efeito de translação do diagrama de tensões de aderência verificado em $\alpha = 0$ deixa de ocorrer, pois as tensões de aderência encontram-se agora na secção de largura variável constante.

Nos casos em que $\alpha \geq 45^\circ$ a rotura pelo compósito de FRP é verifica.

(ii) **Processo de descolamento:** (ii) $L_{b,c} \geq L_{eff,c}$ e $L_{b,v} < L_{eff,v}$

Neste caso assumiu-se que o comprimento colado de secção constante, $L_{b,c}$, é maior que o comprimento efectivo da ligação, pelo que, o comprimento de secção variável é de apenas $L_{b,v} = 50\text{mm}$ e $L_{b,c} = 200\text{mm}$. Três pontos foram escolhidos para demonstrar os resultados numéricos. A - início do processo de descolamento da secção com largura constante; B -

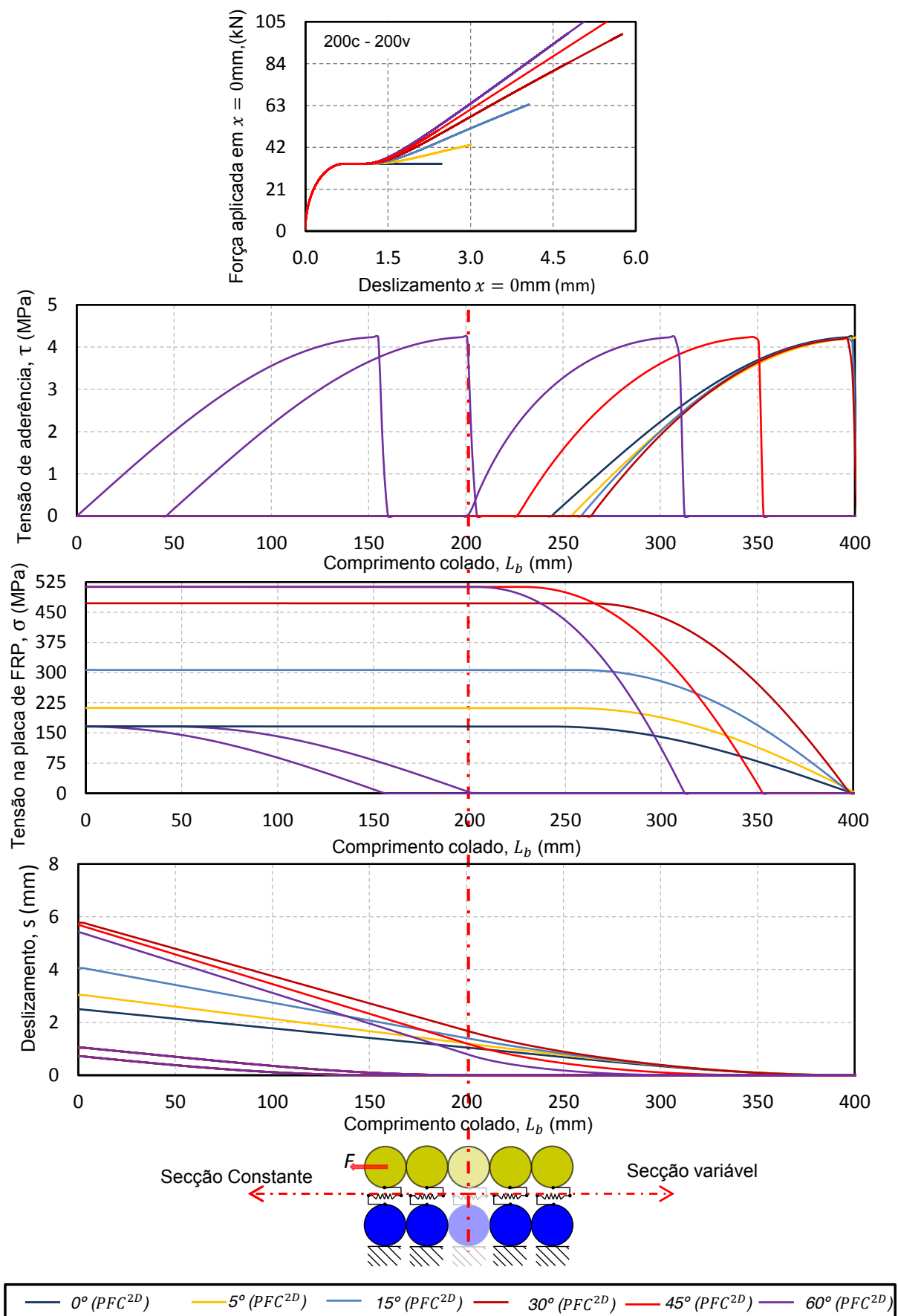


Figura 6.10: Desempenho do modelo numérico $L_{b,c} \geq L_{eff,c}$ e $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$.

momento para o qual as tensões de aderência atingem o início da secção com largura variável; C - correspondente ao momento em que a tensão máxima da ligação atinge a extremidade livre da placa de FRP. Desta forma é possível observar pela figura 6.11 que no ponto de tensão máxima (ponto C), as tensões aplicadas à placa de FRP não variam tanto como no caso anterior.

Como era de esperar, o comportamento na secção de largura constante apresenta a mesma configuração que para o caso anterior. Destaca-se o gráfico da força aplicada em relação ao deslocamento em $x = 0\text{mm}$ no qual o MED representa o comportamento previsto analiticamente para todos os casos. Destaca-se ainda que no presente caso observa-se da força máxima um aumento relativo de aproximadamente 28,3% quando comparados os valores da F_{max} para $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 60^\circ$. Apesar desse aumento o comprimento da secção variável ($L_{b,v} = 50\text{mm}$), não mostrou tanta eficiência relativamente ao caso anterior, pois para $\alpha = 60^\circ$ a tensão do compósito de FRP não foi além dos 40% do seu valor máximo.

(iii) Processo de descolamento: $L_{b,c} < L_{eff,c}$ e $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$

Neste caso o comprimento colado de secção constante é menor que o comprimento efectivo de ligação $L_{b,c} = 50\text{mm}$, enquanto o comprimento de secção variável é $L_{b,v} = 200\text{mm}$. Dos resultados numéricos destaca-se: A - momento em que as tensões atingem a secção com largura constante, e por sua vez a tensão de aderência máxima na secção de largura constante; B - início do processo de descolamento da secção com largura variável; C - momento em que a tensão máxima da ligação atinge a extremidade livre da placa de FRP.

Dos ensaios numéricos representados na Figura 6.12, destacam-se as forças máximas atingidas para os vários valores de α . Para valores $\alpha \geq 45$ obteve-se uma rotura pela placa de FRP. No entanto, os casos em que para $\alpha = 60^\circ$ e $\alpha = 45^\circ$ a extremidade contrária à aplicação da carga a largura do FRP é de 783.9mm e de 486.4mm, respectivamente. Em termos de eficiência do sistema realça-se a força máxima no caso em que $\alpha = 30^\circ$ as tensões normais registadas na placa de FRP atingem ultrapassam os 90% do seu valor resistente, para além do facto da largura na extremidade em que não é aplicada a carga ter apenas 31,1cm, o que é uma largura bastante razoável em termos práticos.

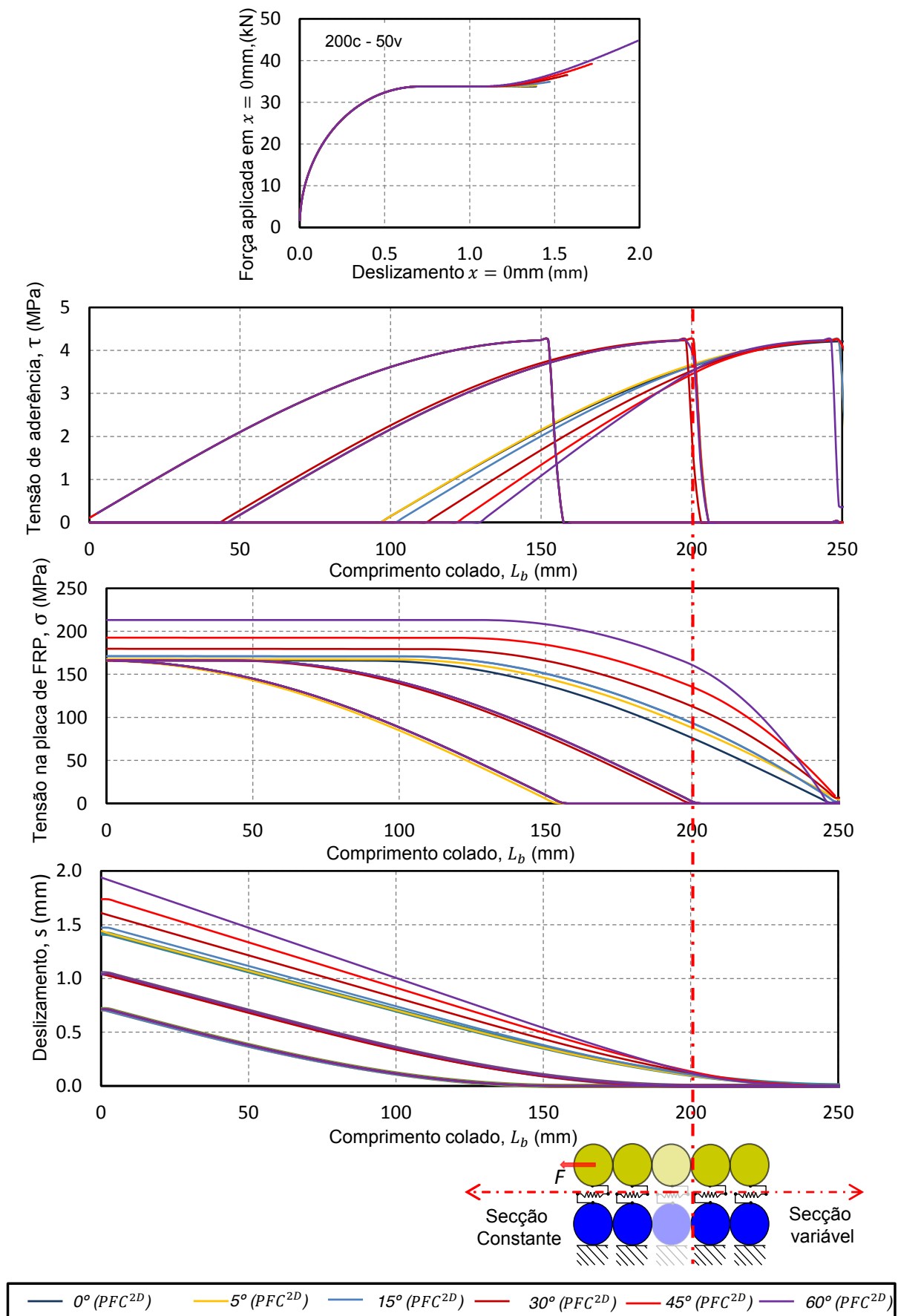


Figura 6.11: Desempenho do modelo numérico $L_{b,c} \geq L_{eff,c}$ e $L_{b,v} < L_{eff,v}$.

(iv) **Processo de descolamento:** $L_{b,c} < L_{eff,c}$ e $L_{b,v} < L_{eff,v}$

Para o caso em que ambos os comprimentos colados, $L_{b,c}$ e $L_{b,v}$, são inferiores ao comprimento efectivo de ligação, evidenciam-se os seguintes pontos: A - momento em que as tensões atingem na secção com largura constante, e por sua vez a tensão máxima na secção de largura constante; C - momento em que a tensão máxima da ligação atinge a extremidade livre da placa de FRP. Os resultados numéricos obtidos pela variação de α são representados na Figura 6.13, sendo de notar que o processo total de descolamento ocorre em todos os provetes modelados.

Neste caso, o início de descolamento ocorre para uma carga menor do que a carga máxima transmitida à placa de FRP e, portanto, não é ilustrado nesta figura. Além disso, a partir dos quatro processos de descolamento, este é o que possui menor eficiência devido ao comprimento colado insuficiente em ambos os troços.

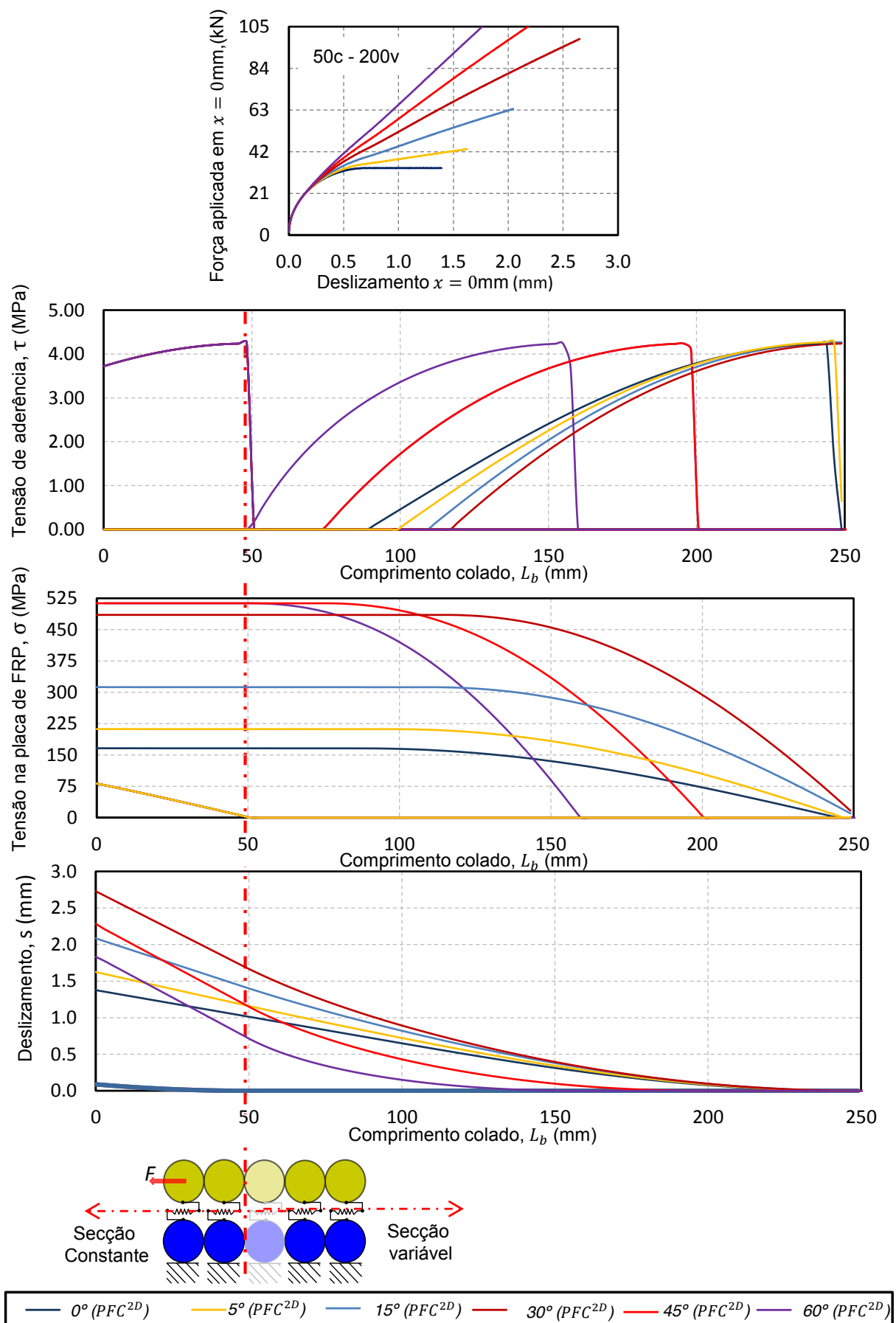


Figura 6.12: Performance do modelo numérico $L_{b,c} < L_{eff,c}$ e $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$.

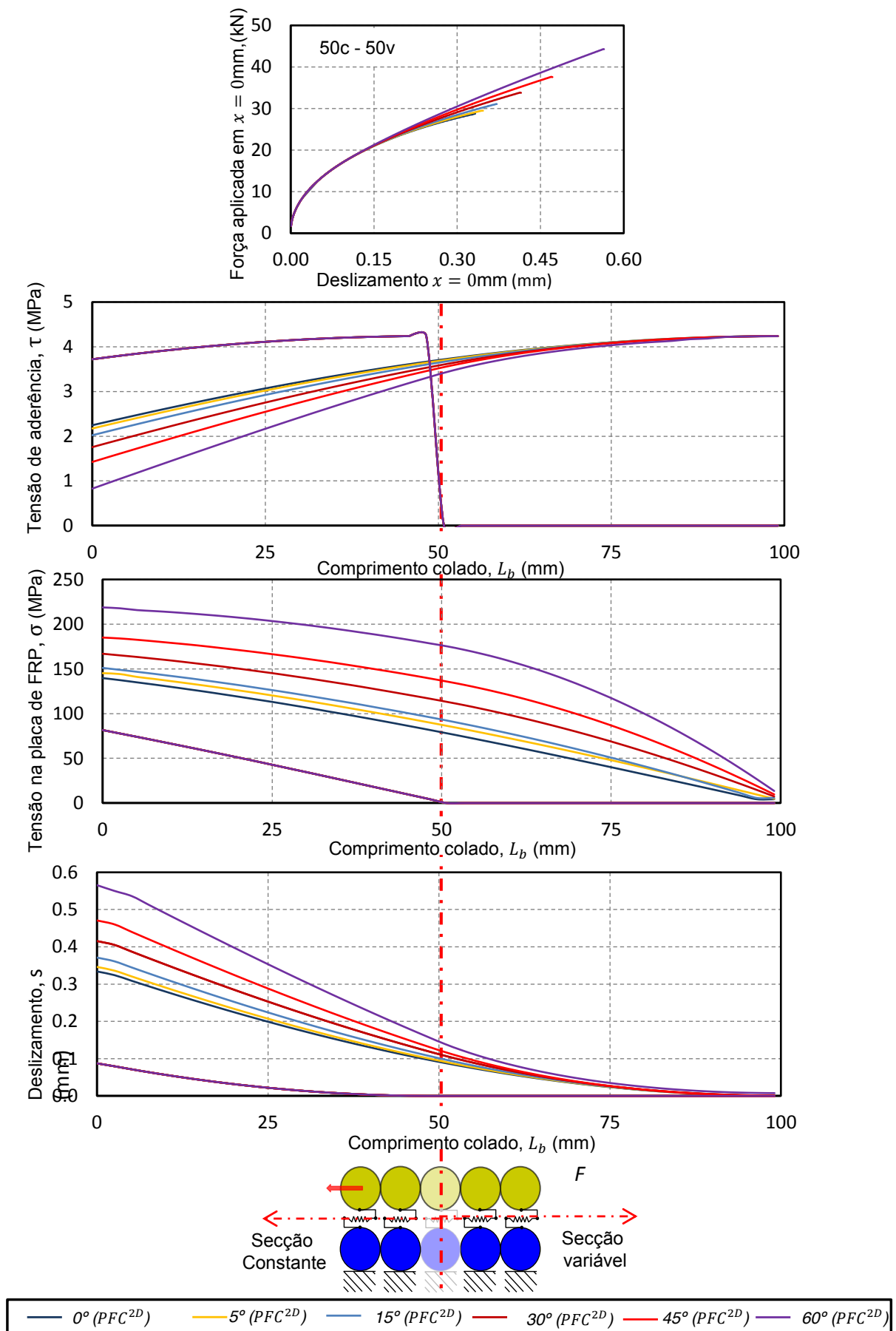


Figura 6.13: Desempenho do modelo numérico $L_{b,c} < L_{eff,c}$ e $L_{b,v} < L_{eff,v}$.

6.4 Discussão e análise de resultados

No presente capítulo foi desenvolvido e analisado dois modelos numéricos alternativos do reforço EBR: (i) a placa de FRP contém uma largura variável em todo o seu comprimento colado; (ii) a placa de FRP é dividida por um comprimento colado de largura constante e outro de largura variável. Após várias simulações dos modelos numéricos enumeram-se as principais conclusões:

- Em todos os modelos numéricos com secção de largura variável foram verificados acréscimos na tensão ao longo da placa de FRP, demonstrando a importância de um troço de secção variável;
- Este sistema poderá ser uma boa alternativa ao uso de dispositivos mecânicos de fixação, pois as forças máximas observadas aumentam significativamente em relação ao sistema de reforço convencional EBR;
- O comprimento efectivo da ligação e a força aplicada nos modelos de secção variável aumentam no decorrer do ensaio, deixando de haver um comprimento efectivo de ligação no qual a força máxima mantém-se;
- Nos casos em que $\alpha = 60^\circ$ e $\alpha = 45^\circ$ a largura da extremidade contrária à aplicação da carga são muito elevadas e difíceis de reproduzir em casos práticos reais, pois no caso em que $L_{b,v} \geq 200\text{mm}$ os valores de α correspondem a uma largura acima dos 45 cm.
- Se nos casos em que $L_{b,v} \geq L_{eff,v}$ a utilização de ângulos inferiores a 45° faz mais sentido, pois a largura na extremidade contrária à aplicação da carga assume valores mais razoáveis, nos casos em que $L_{b,v} < L_{eff,v}$ faz mais sentido a utilização de ângulos de variação superiores a 30° . Por exemplo, com um comprimento colado de secção variável igual a 100mm, a força máxima atingida no compósito de FRP para um $\alpha = 60^\circ$ representou um aumento de 220% em relação às secções de largura constante. Por outro lado, a extensão no FRP sofre apenas um aumento relativo de $\approx 80\%$ o que poderá fazer, no caso em que o substrato é um betão, com que ocorra menos fendilhação na camada de recobrimento do betão.

Capítulo 7

Conclusões e desenvolvimentos futuros

O presente trabalho contribuiu para adquirir conhecimento sobre o comportamento de elementos estruturais reforçados com sistemas FRP colados exteriormente. Frequentemente, as tensões normais observadas na placa de FRP indicam valores muito inferiores à sua resistência, promovendo o colapso prematuro por descolamento do reforço. Este estudo incide na modelação numérica através do método dos elementos discretos. É descrito o comportamento da interface FRP - substrato em elementos reforçados externamente por colagem. A modelação computacional tem grandes vantagens e pode permitir uma melhor compreensão dos factores que levam ao colapso, assim como definição de factores limitadores do uso de polímeros reforçados por fibras colados exterior.

Neste capítulo, faz-se um resumo das conclusões mais relevantes obtidas durante as modelações numéricas realizadas. No final, são apresentadas sugestões para desenvolvimentos futuros.

7.1 conclusões

7.1.1 Ensaios de tracção do compósito GFRP

Os resultados da modelação computacional dos ensaios de tracção para o compósito de GFRP evidenciaram uma boa aproximação aos resultados experimentais disponíveis na literatura [1]. Refira-se, por exemplo, a aproximação dos valores referentes ao provete linear com uma camada, em que a força transmitida ao GFRP foi simulada através da aplicação de uma

velocidade constante inferior a 0.5 m/s evidenciaram erros que variam de 0% a 0.5% dos resultados reais.

Em análise às velocidades e ao passo de cálculo crítico impostas aos vários modelos, evidenciou-se a sensibilidade da sua variação. Assim deve encontrar-se uma relação para a qual as tensões longitudinais do compósito sejam constantes em todo o comprimento. Essa relação depende de vários factores como a dimensão das partículas, rigidez de contactos e a massa atribuída às partículas. Desta forma, alguns, inconvenientes foram identificados ao longo do trabalho, pois o material é de pequena dimensão, elevada leveza e elevada rigidez fazendo com que os ensaios sejam por vezes morosos, por exemplo, a carga aplicada em cada ciclo são abaixo das décimas de Newton podendo em alguns modelos ultrapassar as centenas de milhar de ciclos. Em suma, todas as assembleias de partículas modeladas conseguem reproduzir o comportamento mecânico do GFRP com uma elevada precisão, sendo o PFC^{2D} uma solução válida para modelar este tipo de ensaio.

7.1.2 Ensaio de corte simples: EBR

Este capítulo serviu de validação ao método dos elementos discretos como uma solução aos restantes métodos utilizados para o estudo do comportamento de elementos estruturais reforçados com sistemas FRP colados externamente. As várias leis *bond-slip* estudadas, mostraram uma elevada aproximação às soluções exactas. Os modelos numéricos conseguiram estimar todos os parâmetros que definem o comportamento dos modelos a ensaios de corte simples, inclusive o comprimento da ligação. A lei *bond-slip* disponível no PFC^{2D} revelou-se uma aproximação razoável quando comparada com outras leis não lineares, sendo uma alternativa viável às leis não lineares que são de difícil resolução.

7.1.3 Ensaio de corte simples com dispositivo de fixação numa das extremidades

O modelo numérico realizado para o estudo desta alternativa à rotura prematura por destacamento do FRP nas extremidades teve como base os modelos utilizados nos ensaios de corte simples sem fixação, e a lei *bond-slip* bi-linear. O modelo numérico mostrou-se capaz de reproduzir a totalidade dos processos de descolamento do FRP/substrato. O modelo numérico demonstrou que para comprimentos colados pequenos a rigidez do sistema tende a igualar a rigidez axial do FRP sob tensão. Os resultados obtidos pela modelação numérica indicam que

foi possível aumentar a força máxima transmitida ao FRP por colagem externa, onde a rotura aconteceu sempre pelo compósito de FRP.

7.1.4 Ensaio de corte simples com variação da secção do compósito de FRP

A modelação numérica demonstrou que a resistência da ligação pode ser elevada recorrendo ao alargamento da placa de FRP ao invés do uso de dispositivos de fixação mecânica. Os resultados demonstraram que a rotura do compósito de FRP pode ser atingida com recurso a esta solução. Tanto para comprimentos inferiores ao comprimento efectivo como para superiores, os valores obtidos demonstraram que esta solução apresenta melhores desempenhos às soluções de largura constante. Como exemplo dessa melhoria, para um comprimento colado de 100mm, a carga máxima transmitida ao FRP aumenta de 28,8 kN ($\alpha = 0^\circ$) para 92,0 kN ($\alpha = 60^\circ$), que representa um aumento relativo de 220,0%. Em suma, a existência de uma secção de largura variável será sempre uma mais valia em relação às soluções em que é utilizado apenas uma largura constante.

O *PFC^{2D}* mostrou ainda que consegue simular este tipo de problema de uma forma bastante simplificada, necessitando para isso recorrer a transformações nas propriedades mecânicas para simular o acréscimo da largura. Apesar dos resultados numéricos atingidos representarem uma boa aproximação ao que era previsto, para comprimentos acima do 200 mm e $\alpha \geq 30^\circ$ os ensaios foram muito morosos devido ao número de partículas, propriedades mecânicas das ligações entre partículas e principalmente pela elevada quantidade de dados que tinham que ser retirados do ensaio a cada ciclo, fazendo com que os ensaios numéricos demorem alguns dias para simular um ensaio na sua totalidade.

7.2 Desenvolvimentos futuros

Para finalizar, apresentam-se algumas possíveis extensões e desenvolvimentos do estudo efectuado na presente dissertação.

- Realizar estudos laboratoriais para secções de largura variável, para que sejam comparados com os modelos numéricos produzidos no presente trabalho;
- Realizar o mesmo estudo, utilizando uma análise em elementos discretos a três dimensões;

- O estudo de modos de fractura I e III do processo de descolamento do compósito de FRP/substrato poderão ser efectuados através do PFC^{2D} .

Bibliografia

- [1] Biscaia, H.: *Comportamento e modelação da ligação GFRP/BETÃO em elementos de betão armado expostos a ambientes agressivos*. Ph.D. thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (2012)
- [2] Barros, J.: Materiais compósitos no reforço de estruturas. Tech. rep., JORNADAS DE ENGENHARIA CIVIL 2004 – NOVOS DESAFIOS, Guimarães, 2004 - “Jornadas de Engenharia Civil 2004 – Novos Desafios”. Guimarães. : Finalistas do curso de Engenharia Civil da Universidade do Minho (2004)
- [3] Dias, S. and Barros, J.: Reforço ao corte de vigas T de betão armado usando a técnica NSM com laminados de CFRP (2005)
- [4] De Lorenzis, L. and Teng, J.: Near-surface mounted FRP reinforcement: An emerging technique for strengthening structures. *Composites Part B: Engineering* 38, 119–143 (2007)
- [5] Carolin, A.: *Carbon fibre reinforced polymers for strengthening of structural elements*. Master’s thesis, Division of Structural Engineering, Department of Civil and Mining Engineering, Lulea University of Technology, Sweden (2001)
- [6] Dimande, A.: *Influência da interface no reforço à flexão de estruturas de betão com sistemas FRP*. Ph.D. thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (2003)
- [7] Reeder, J.: 3D Mixed-mode delamination fracture criteria—an experimentalist’s perspective (2006)
- [8] Juvandes, L.: *Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de CFRP*. Ph.D. thesis, Universidade do Porto. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (1998)
- [9] Cervenka, J. and Chandra, V., e Saouma: Mixed mode fracture of cementitious bimaterial interfaces;; Part II: numerical simulation. *Engineering Fracture Mechanics* 60, 95–107 (1998)
- [10] Grace, C., Yang, Y., and Sneed, L.: Fracture Mechanics Approaches to Debonding Behavior of Reinforced Concrete Members with Externally-bonded Fiber Reinforced Polymer Laminates. *ACI Special Publication* 286 (2012)
- [11] Lopes, A.: *Avaliação da variabilidade da técnica de ensaio pull-off na medição da resistência de aderência à tracção em revestimentos de ladrilhos*. Master’s thesis, Instituto Superior Técnico (Outubro de 2012)

- [12] Subramaniam, K., Carloni, C., and Nobile, L.: Width effect in the interface fracture during shear debonding of FRP sheets from concrete. *Engineering fracture mechanics* 74, 578–594 (2007)
- [13] Pan, B., Qian, K., Xie, H., and Asundi, A.: Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. *Measurement science and technology* 20, 062001 (2009)
- [14] Carloni, C. and Subramaniam, K.: Direct determination of cohesive stress transfer during debonding of FRP from concrete. *Composite Structures* 93, 184–192 (2010)
- [15] De Lorenzis, L., Miller, B., and Nanni, A.: Bond of FRP laminates to concrete. *ACI Materials Journal* 98, 256–264 (2001)
- [16] Aiello, M. and Leone, M.: Interface analysis between FRP EBR system and concrete. *Composites Part B: Engineering* 39, 618–626 (2008)
- [17] Khalighi, Y.: *A study of bond between fibre reinforced polymer and concrete under quasi static and impact loading*. Ph.D. thesis, University of British Columbia (2011)
- [18] Matthys, S.: Structural behaviour and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement (2000)
- [19] Lu, X., Teng, J., Ye, L., and Jiang, J.: Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete. *Engineering structures* 27, 920–937 (2005)
- [20] Yuan, H., Teng, J., Seracino, R., Wu, Z., and Yao, J.: Full-range behavior of FRP-to-concrete bonded joints. *Engineering Structures* 26, 553–565 (2004)
- [21] Godat, A., Labossière, P., Neale, K. W., and Chaallal, O.: Behavior of RC members strengthened in shear with EB FRP: Assessment of models and FE simulation approaches. *Computers & Structures* 92, 269–282 (2012)
- [22] Cundall, A. and Strack, O.: A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique* 29, 47–65 (1979)
- [23] Yang, D., Sheng, Y., Ye, J., and Tan, Y.: Discrete element modeling of the microbond test of fiber reinforced composite. *Computational materials science* 49, 253–259 (2010)
- [24] Sheng, Y., Yang, D., Tan, Y., and Ye, J.: Microstructure effects on transverse cracking in composite laminae by DEM. *Composites Science and Technology* 70, 2093–2101 (2010)
- [25] Yang, D., Sheng, Y., Ye, J., and Tan, Y.: Dynamic simulation of crack initiation and propagation in cross-ply laminates by DEM. *Composites Science and Technology* 71, 1410–1418 (2011)
- [26] Itasca: PFC2D user's manual (Version 3.0). *Consulting Group Inc, Minneapolis, Minnesota* (2002)
- [27] Cundall, A.: "A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems". *Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics (Nancy, France)* Vol. 1 (1971)

- [28] Azevedo, N.: *A rigid particle discrete element model for the fracture analysis of plain and reinforced concrete*. Ph.D. thesis, Heriot-Watt University, (2003)
- [29] Baltazar, R. A. L.: *Compactação de misturas betuminosas: ensaios de campo e modelação numérica*. Ph.D. thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (2008)
- [30] Gethin, D., Lewis, R., and Ransing, R.: A discrete deformable element approach for the compaction of powder systems. *Modelling and simulation in Materials Science and Engineering* 11, 101 (2003)
- [31] Hamid, N.: *Development of a discrete element methodology for the simulation of gravity flow of core in ore passes*. Ph.D. thesis, Colorado School of Mines, Colorado, USA (2001)
- [32] Abbas, A.: *R - Simulation of the micromechanical behavior of asphalt mixtures using the discrete element method*. Ph.D. thesis, Washington State University, USA (2004)
- [33] FYFE Co. LLC: "Tyfo ®SEH-51 composite using Tyfo ®S Epoxy"(2002)
- [34] Cornetti, P. and Carpinteri, A.: Modelling the FRP-concrete delamination by means of an exponential softening law. *Engineering Structures* 33, 1988–2001 (2011)
- [35] Biscaia, H., Chastre, C., and Silva, M.: Linear and nonlinear analysis of bond-slip models for interfaces between FRP composites and concrete. *Composites Part B: Engineering* 45, 1554–1568 (2013)
- [36] Caggiano, A., Martinelli, E., and Etse, G.: Bond behavior of FRP strips glued on concrete: a novel zero-thickness interface model. *Mecanica Computacional* 30, 1789–1807 (2011)
- [37] Gao, W., Teng, J., and Dai, J.: Effect of temperature variation on the full-range behavior of FRP-to-concrete bonded joints. *Journal of Composites for Construction* 16, 671–683 (2012)
- [38] Ferracuti, B., Savoia, M., and Mazzotti, C.: Interface law for FRP - concrete delamination. *Composite structures* 80, 523–531 (2007)
- [39] Chen, J., Yuan, H., and Teng, J.: Debonding failure along a softening FRP-to-concrete interface between two adjacent cracks in concrete members. *Engineering Structures* 29, 259–270 (2007)
- [40] Dai, J., Ueda, T., and Sato, Y.: Development of the nonlinear bond stress-slip model of fiber reinforced plastics sheet-concrete interfaces with a simple method. *Journal of Composites for Construction* 9, 52–62 (2005)
- [41] Teng, J., Yuan, H., and Chen, J.: FRP-to-concrete interfaces between two adjacent cracks: Theoretical model for debonding failure. *International Journal of Solids and Structures* 43, 5750–5778 (2006)
- [42] Neubauer, U. and Rostasy, F.: Design aspects of concrete structures strengthened with externally bonded CFRP-plates. In *proceedings of the seventh international conference on structural faults and repair, 9 July 1997. Volume 2: concrete and composites* (1997)

- [43] Teng, J., Chen, J., Smith, S., and Lam, L.: FRP: strengthened RC structures. *FRP: Strengthened RC Structures*, by JG Teng, JF Chen, ST Smith, L Lam, pp 266 ISBN 0-471-48706-6 Wiley-VCH 1 (2002)
- [44] Popovics, S.: A numerical approach to the complete concrete stress-strain relation for concrete. *Cement and Concrete Research* 3(5), 583 – 599 (1973)
- [45] Nakaba, K., Kanakubo, T., Furuta, T., and Yoshizawa, H.: Bond behavior between fiber-reinforced polymer laminates and concrete. *ACI Structural Journal* 98 (2001)
- [46] Ferrari, V., Padaratz, I., and Loriggio, D.: Reforço à flexão em vigas de concreto armado com manta de fibra de carbono: mecanismos de incremento de ancoragem. *Acta Scientiarum Technology* 24, 1783–1791 (2008)
- [47] Travassos, N.: *Caracterização do comportamento da ligação CFRP-betão*. Master's thesis, Instituto Superior Técnico (2004)
- [48] Ferracuti, B.: *Strengthening of RC structures by FRP: Experimental analysis and numerical modelling*. Ph.D. thesis, Università degli Studi di bologna (2006)
- [49] Okabe, T., Nishikawa, M., and Takeda, N.: Numerical modeling of progressive damage in fiber reinforced plastic cross-ply laminates. *Composites Science and Technology* 68, 2282–2289 (2008)
- [50] Feng, X. and Hudson, J.: The ways ahead for rock engineering design methodologies. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 41, 255–273 (2004)

Apêndice A

Ensaio de tracção - Provete Regular de 1 linha

```
new
set logfile 1_linha_vel_1.log      ; criação de um ficheiro de texto
set log on
call fishcall.FIS ; load in the FISHCALL macros

; definição da geometria do provete
def hex
xc  = x0
yc  = y0
rc  = radius
idc = id_start
r2  = 2.0 * radius
yinc = radius * sqrt(3.0)
loop row (1,n_row)
    loop col (1,n_col)
        command
            ball id=idc x=xc y=yc rad=rc
        end_command
        idc = idc + 1
        xc  = xc + r2
    end_loop
    yc = yc + yinc
    xc = x0 + radius * (row - (row/2) * 2)
end_loop
end
```

```

set x0=0. y0=0 radius=0.00127      ; origem da primeira partícula e raio das partículas
set id_start=1 n_col=60 n_row=1    ; número de colunas e número de linhas
hex

```

```

fix x y spin range id= 1
set disk 0.08
set grav 0 0
set hist_rep = 1000000

```

```

; propriedades das esferas
prop f=0 dens = 2550 kn=44e7 Ks=44e7 pb_rad=1 Pb_kn=8.84e12 pb_ks=8.84e12 &
pb_nstr=5.139e8 pb_sstr=5.139e8

```

```

; criação de uma plotagem com visualização do provete e ensaio
plot create provetede1linha\\
plot set title text 'modelo de adesão paralela '\\
pl set background white
plot add ball id=on yellow
plot add pbond blue
plot add disp black
plot show

```

```

; historial da força
def forca_aplicada
n = 1
cp = contact_head
loop while cp # null
    id1 = b_id(c_ball1(cp))
    id2 = b_id(c_ball2(cp))
    if id1 = n_col
        if id2 = n_col-1 than
            forca_aplicada1 = - pb_nforce(c_pb(cp))
        endif
    endif
    if id1 = n_col-1
        if id2 = n_col than
            forca_aplicada1 = - pb_nforce(c_pb(cp))
        endif
    endif
    cp = c_next (cp)
enddef

```

```

        n= n + 1
    end_loop
    ii = out(string(forca_aplicada1) + ' ' + string(deslo))
    forca_aplicada=forca_aplicada1
end
hist id 1 forca_aplicada

def forca
    n = 1
    cp = contact_head
    loop while cp # null
        id1 = b_id(c_ball1(cp))
        id2 = b_id(c_ball2(cp))
        if id1 = 2
            if id2 = 1 than
                forca = - pb_nforce(c_pb(cp))
            endif
        endif
        if id1 = 1
            if id2 = 2 than
                forca = - pb_nforce(c_pb(cp))
            endif
        endif
        cp = c_next (cp)
        n= n + 1
    end_loop
end
hist id 2 forca

def deslo
    deslo1 = b_xdisp(find_ball(60))
    deslo=deslo1
end
hist id 3 deslo

pl create forcaView
    pl hist 1 2 vs 3 begin 0
    pl set background white
pl show

;definição de rotura

```

```

def pbbreak
  cp = fc_arg(0) ; contact address
  fmode = fc_arg(1) ; fracture mode
  pbp = c_pb(cp) ; get pbond pointer

  ii=out('*****')
  if fmode = 0 then
    ii=out(p'*** Parallel bond failed , normal strength exceeded.')
    else ; fmode # 0
    ii=out('*** Parallel bond failed , shear strength exceeded.')
  end_if
  ii=out('*** Bond was at ('+string(c_x(cp))+','+string(c_y(cp))+'), &
  nforce = ' + string(-pb_nforce( pbp ) ) + ',')
  ii=out('*****')
  command
    pause
    pr pb s
  end_command
end
set fishcall FC_PB_DEL pbbreak ; call [pbbreak] when a pbond breaks
cyc 1

; diminuição do intervalo de tempo entre cada leitura
set time 1e-7
set dt dscale
set dt 1e-11
; definição da velocidade
def deslocamento
  b_xvel(find_ball(n_col))=1;
end
set fishcall 2 deslocamento
cyc 1000

```


Apêndice B

Algoritmo do ensaio de arrancamento

```
new
set logfile descendente_250mm_Smax_0_720mm_tmax_4_24MPa_vel_0_05.log
set log on
call fishcall.FIS ; load in the FISHCALL macros

def hex
  xc  = x0
  yc  = y0
  rc  = radius
  idc = id_start
  r2  = 2.0 * radius
  yinc = 2.0 * radius
  loop row (1,n_row)
    loop col (1,n_col)
      command
        ball id=idc x=xc y=yc rad=rc
      end_command
      idc = idc + 1
      xc  = xc + r2
    end_loop
    yc = yc + yinc
    xc = x0
  end_loop
end

;----- SUBTRATO -----
set echo off
set x0=0 y0=0 radius=0.00127
```

```

    set id_start=1 n_col=99 n_row=1
    hex
    set echo on

    fix x y spin range id= 1 150
    ;————— GFRP —————
    set echo off
    set x0=0 y0=0.00254 radius=0.00127
    set id_start=201 n_col=99 n_row=1
    hex
    set echo on

    fix y spin range id= 200 350
    ;————— propriedades do sistema—————
    set grav 0 0
    set disk 0.08
    prop dens 2550
    set hist_rep = 100
    ;————— definição de contacto – Lei descendente —————

    def set_param
    ; softening bond
        knc1 = 0 ; rigidez normal a compressão
        knt1 = 0 ; rigidez normal a tracção
        ks1 = 8.6e12 ; rigidez de corte
        ftmax1 = 0 ; Força de normal maxima
        fsmax1 = 861.568 ; Força de corte maxima
        fric1 = 0 ; coeficiente de atrito
        rfric1 = 0 ; coeficiente de atrito residual
        uplim1 = 0.000720 ; deslocamento plástico para o qual o amortecimento tende para zero
        broken1 = 0
        softened1 = 1
        uplas1 = 0.000720

    ; parallel bond
        knn1 = 44e7
        Kss1 = 44e7
        rad = 1
        kn = 8.84e12
        ks = 8.84e12

```

```

        nstr1 = 5.139e8
        sstr1 = 5.139e8
end
set_param

prop dens 2550

prop kn = knn1 Ks = Kss1 pb_rad = rad Pb_kn = kn pb_ks = ks &
    pb_nstr = nstr1 pb_sstr = sstr1 range id = 200 350

def soft_1
    c_model(cp) = 'softening'
    c_prop(cp, 'sof_knc')      = knc1
    c_prop(cp, 'sof_knt')      = knt1
    c_prop(cp, 'sof_ks')       = ks1
    c_prop(cp, 'sof_ftmax')    = ftmax1
    c_prop(cp, 'sof_fsmax')    = fsmax1
    c_prop(cp, 'sof_fric')     = fric1
    c_prop(cp, 'sof_rfric')    = rfric1
    c_prop(cp, 'sof_uplim')    = uplim1
    c_prop(cp, 'sof_broken')    = broken1
    c_prop(cp, 'sof_softened') = softened1
    c_prop(cp, 'sof_uplas')    =      uplas1
end

def contacto
    n = 1
    cp = contact_head
    loop while cp # null
        id1 = b_id(c_ball1(cp))
        id2 = b_id(c_ball2(cp))
        if id1 < 100
            if id2 > 100
                soft_1
            endif
        endif
        if id1 > 100
            if id2 < 100 then
                soft_1
            endif
        endif
    endif
end

```

```

        ;endif
        cp = c_next (cp)
        n= n + 1
    end_loop
end
contacto

;----- historico (medições)-----
;----- força de corte individual na partícula da zona de carga -----
def forca
    n = 1
    cp = contact_head
    loop while cp # null
        id1 = b_id(c_ball1(cp))
        id2 = b_id(c_ball2(cp))
        if id1 = 299
            if id2 = 99 than
                forca1 = c_sforce(cp)
            endif
        endif
        if id1 =99
            if id2 = 299 than
                forca1 = c_sforce(cp)
            endif
        endif
        cp = c_next (cp)
        n= n + 1
    end_loop
    if forca1=0
        command
            pr pb s
            quadro
            pause
        endcommand
    endif
    forca=forca1
end
hist id 1 forca

;----- força normal individual na partícula da zona de carga -----
def forca_aplicada

```

```

n = 1
cp = contact_head
loop while cp # null
    id1 = b_id(c_ball1(cp))
    id2 = b_id(c_ball2(cp))
    if id1 = 299
        if id2 = 298 then
            forca_aplicada = - pb_nforce(c_pb(cp))
        endif
    endif
    if id1 = 298
        if id2 = 299 then
            forca_aplicada = - pb_nforce(c_pb(cp))
        endif
    endif
    ;endif
    cp = c_next (cp)
    n= n + 1
end_loop
end
hist id 2 forca_aplicada

;----- deslocamento individual na partícula da zona de carga -----
def deslo
    deslo1 = b_xdisp(find_ball(200 + n_col))
    deslo = deslo1
end
hist id 3 deslo

;----- somatório de todas as forças de corte existentes -----
def forca_corte
    f_corte=0
    loop b_c (1,99)
        bp=find_ball(b_c)
        cp=b_clist(bp)
        loop while cp#null
            if b_id(c_ball1(cp))=b_c
                if b_id(c_ball2(cp))>199
                    f_corte = f_corte+c_sforce(cp)
                endif
            endif
        endloop
    endloop
enddef

```

```

        if b_id(c_ball1(cp))>199
            if b_id(c_ball2(cp))=b_c
                f_corte = f_corte+c_sforce(cp)
            endif
        endif
        if c_ball1(cp)=bp
            cp=c_b1clist(cp)
        else
            cp=c_b2clist(cp)
        endif
    endloop
end_loop
ii = out(string(f_corte) + ' ' + string(deslo1)+ ' ' + string(forca_aplicada))
forca_corte=f_corte
end
hist id 4 forca_corte

pl create forcaCorte
    pl hist 1 2 4 vs 3 begin 0
    pl set background white
pl show
cyc 1
set time 1e-7
set dt dscale
set dt 1e-11

def deslocamento
    b_xvel(find_ball(299))=0.05;
end
set fishcall 2 deslocamento

def quadro
id_base=0;
id_gfrp=200;
    loop nw (1,n_col)
        id_base=id_base+1
        id_gfrp=id_gfrp+1
        dados_quadro
        ii = out( string(x_base) + ' ' + string(x_gfrp)+ ' ' + string(s_gfrp)&
            + ' ' + string(tau)+ ' ' + string(fs_gfrp))
    endloop

```

end

def dados_quadro

```

    bp=find_ball(id_gfrp)
    x_gfrp=b_x(bp)
    s_gfrp=b_xdisp(bp) * 1000
    bp=find_ball(id_base)
    x_base=b_x(bp)
    fs_gfrp=0
    cp=b_clist(bp)
    loop while cp#null
        if b_id(c_ball1(cp))=id_base
            if b_id(c_ball2(cp))=id_gfrp
                fs_gfrp = c_sforce(cp)
            endif
        endif
        if b_id(c_ball1(cp))=id_gfrp
            if b_id(c_ball2(cp))=id_base
                fs_gfrp = c_sforce(cp)
            endif
        endif
        if c_ball1(cp)=bp
            cp=c_b1clist(cp)
        else
            cp=c_b2clist(cp)
        endif
    endloop

```

tau=fs_gfrp/(2.54*80)

end

def valores

```

    n_col2=n_col
    n_col3=200+n_col

```

end

valores

def quebra_quadro

bp=find_ball(n_col2)

cp=b_clist(bp)

loop while cp#null

```

    if b_id(c_ball1(cp))=n_col2
        if b_id(c_ball2(cp))=n_col3
            fs_gfrp = c_sforce(cp)
        endif
    endif
    if b_id(c_ball1(cp))=n_col3
        if b_id(c_ball2(cp))=n_col2
            fs_gfrp = c_sforce(cp)
        endif
    endif
    if c_ball1(cp)=bp
        cp=c_b1clist(cp)
    else
        cp=c_b2clist(cp)
    endif
endloop
if fs_gfrp=0
command
    pr pb s
endcommand
    quadro
    n_col2=n_col2-1
    n_col3=n_col3-1
endif
end
set fishcall 2 quebra_quadro
cyc 10000

```


Apêndice C

Algoritmo do ensaio de corte dispositivo mecânico de fixação

```
new
set logfile ancoragem_250mm_01.log
set log on
call fishcall.FIS ; load in the FISHCALL macros
```

```
def hex
  xc  = x0
  yc  = y0
  rc  = radius
  idc = id_start
  r2  = 2.0 * radius
  yinc = 2.0 * radius
  loop row (1,n_row)
    loop col (1,n_col)
      command
        ball id=idc x=xc y=yc rad=rc
      end_command
      idc = idc + 1
      xc  = xc + r2
    end_loop
    yc = yc + yinc
    xc = x0
  end_loop
end
```

122APÊNDICE C. ALGORITMO DO ENSAIO DE CORTE DISPOSITIVO MECÂNICO DE FIXAÇÃO

```
;----- SUBSTRATO -----  
  
    set x0=0  y0=0  radius=0.00127  
    set id_start=1  n_col=99  n_row=1  
    hex  
  
  
fix x y spin range id= 1 150  
;----- GFRP -----  
  
    set x0=0  y0=0.00254  radius=0.00127  
    set id_start=201  n_col=99  n_row=1  
    hex  
  
fix y spin range id= 200 350  
fix x y spin range id= 201  
;----- propriedades do sistema-----  
set grav 0 0  
set disk 0.08  
prop dens 2550  
set hist_rep = 10000  
;----- definição de contacto -----  
def set_param  
  
; softening bond  
    knc1 = 0                ; rigidez normal a compressão  
    knt1 = 0                ; rigidez normal a tracção  
    ks1 = 8.54e6            ; rigidez de corte  
    ftmax1 = 0              ; Força de normal maxima  
    fsmax1 = 861.568        ; Força de corte maxima  
    fric1 = 0               ; coeficiente de atrito  
    rfric1 = 0              ; coeficiente de atrito residual  
    uplim1 = 0.000720       ; deslocamento plástico para o qual o amortecimento tende para zero  
    broken1 = 0  
    softened1 = 1  
    uplas1 = 0.000101  
  
; parallel bond  
    knn1 = 44e7
```

```

Kss1 = 44e7
rad = 1
kn = 8.84e12
ks = 8.84e12
nstr1 = 5.139e8
sstr1 = 5.139e8

end
set_param

prop dens 2550

prop kn = knn1 Ks = Kss1 pb_rad = rad Pb_kn = kn pb_ks = ks &
    pb_nstr = nstr1 pb_sstr = sstr1 range id = 200 350

def soft_1
    c_model(cp) = 'softening'
    c_prop(cp, 'sof_knc') = knc1
    c_prop(cp, 'sof_knt') = knt1
    c_prop(cp, 'sof_ks') = ks1
    c_prop(cp, 'sof_ftmax') = ftmax1
    c_prop(cp, 'sof_fsmax') = fsmax1
    c_prop(cp, 'sof_fric') = fric1
    c_prop(cp, 'sof_rfric') = rfric1
    c_prop(cp, 'sof_uplim') = uplim1
    c_prop(cp, 'sof_broken') = broken1
    c_prop(cp, 'sof_softened') = softened1
    c_prop(cp, 'sof_uplas') = uplas1
end

def contacto

    n = 1
    cp = contact_head
    loop while cp # null
        id1 = b_id(c_ball1(cp))
        id2 = b_id(c_ball2(cp))
        if id1 < 100
            if id2 > 100
                soft_1
            endif
        endif
    endif

```

```

        if id1 > 100
            if id2 < 100 then
                soft_1
            endif
        endif
    endif
    cp = c_next (cp)
    n = n + 1
end_loop
end

contacto
;----- histórico (medições)-----
;----- reacção -----
def reacao
    n = 1
    cp = contact_head
    loop while cp # null
        id1 = b_id(c_ball1(cp))
        id2 = b_id(c_ball2(cp))
        if id1 = 202
            if id2 = 201 then
                reacao = - pb_nforce(c_pb(cp))
            endif
        endif
        if id1 = 201
            if id2 = 202 then
                reacao = - pb_nforce(c_pb(cp))
            endif
        endif
    loop
    cp = c_next (cp)
    n = n + 1
end_loop
end
hist id 1 reacao
;----- força normal individual na partícula da zona de carga -----
def forca_aplicada
    n = 1
    cp = contact_head
    loop while cp # null

```

```

        id1 = b_id(c_ball1(cp))
        id2 = b_id(c_ball2(cp))
        if id1 = 200+n_col
            if id2 = 199+n_col than
                forca_aplicada = - pb_nforce(c_pb(cp))
            endif
        endif
        if id1 =199+n_col
            if id2 = 200+n_col than
                forca_aplicada = - pb_nforce(c_pb(cp))
            endif
        endif
    ;endif
    cp = c_next (cp)
    n= n + 1
end_loop
end

hist id 2 forca_aplicada

;————— deslocamento individual na partícula da zona de carga —————
def deslo
deslo1 = b_xdisp(find_ball(200 + n_col))
if deslo1 > 0.01
    command
        pause
    endcommand
endif
deslo = deslo1
end
hist id 3 deslo

;————— somatório de todas as forças de corte existentes —————
def forca_corte
    f_corte=0
    loop b_c (1,n_col)
        bp=find_ball(b_c)
        cp=b_clist(bp)
        loop while cp#null
            if b_id(c_ball1(cp))=b_c
                if b_id(c_ball2(cp))>199
                    f_corte = f_corte+c_sforce(cp)
                endif
            endif
        endloop
    endloop
end

```

```

        endif
    endif
    if b_id(c_ball1(cp))>199
        if b_id(c_ball2(cp))=b_c
            f_corte = f_corte+c_sforce(cp)
        endif
    endif
    if c_ball1(cp)=bp
        cp=c_b1clist(cp)
    else
        cp=c_b2clist(cp)
    endif
endloop
end_loop
ii = out(string(f_corte) + ' ' + string(deslo1)+ ' ' +&
string(forca_aplicada)+ ' ' + string(reacao))
forca_corte=f_corte
end
hist id 4 forca_corte

pl create grafico
    pl hist 1 2 4 vs 3 begin 0
    pl set background white
pl show
pl close

cyc 1

set time 1e-7
set dt dscale
set dt 1e-11

def deslocamento
    b_xvel(find_ball(200+n_col))=0.05;
end
set fishcall 2 deslocamento

def pbbreak
    cp = fc_arg(0) ; contact address
    fmode = fc_arg(1) ; fracture mode
    pbp = c_pb(cp) ; get pbond pointer

```

```

;
ii=out('*****')
if fmode = 0 then
    ii=out('*** Parallel bond failed , normal strength exceeded.')
else ; fmode # 0
    ii=out('*** Parallel bond failed , shear strength exceeded.')
end_if
ii=out('*** Bond was at ('+string(c_x(cp))+','+string(c_y(cp))+').')
ii=out('*****')
end
;
set fishcall FC_PB_DEL pbbreak ; call [pbbreak] when a pbond breaks

def quadro
    id_base=0;
    id_gfrp=200;
    loop nw (1,n_col)
        id_base=id_base+1
        id_gfrp=id_gfrp+1
        dados_quadro
        ii = out( string(x_base) + ' ' + string(x_gfrp)&
            + ' ' + string(s_gfrp)+ ' ' + string(fs_gfrp))
    endloop
end

def dados_quadro

    bp=find_ball(id_gfrp)
    x_gfrp=b_x(bp)
    s_gfrp=b_xdisp(bp) * 1000
    bp=find_ball(id_base)
    x_base=b_x(bp)

    fs_gfrp=0
    cp=b_clist(bp)
    loop while cp#null
        if b_id(c_ball1(cp))=id_base
            if b_id(c_ball2(cp))=id_gfrp
                fs_gfrp = c_sforce(cp)
            endif
        endif
    endif
end

```

```

        if b_id(c_ball1(cp))=id_gfrp
            if b_id(c_ball2(cp))=id_base
                fs_gfrp = c_sforce(cp)
            endif
        endif
        if c_ball1(cp)=bp
            cp=c_b1clist(cp)
        else
            cp=c_b2clist(cp)
        endif
    endloop
    tau=fs_gfrp/(2.54*80)
end

def valores
    n_col2=n_col
    n_col3=200+n_col
end
valores

def quebra_quadro
    bp=find_ball(n_col2)
    cp=b_clist(bp)
    loop while cp#null
        if b_id(c_ball1(cp))=n_col2
            if b_id(c_ball2(cp))=n_col3
                fs_gfrp = c_sforce(cp)
            endif
        endif
        if b_id(c_ball1(cp))=n_col3
            if b_id(c_ball2(cp))=n_col2
                fs_gfrp = c_sforce(cp)
            endif
        endif
        if c_ball1(cp)=bp
            cp=c_b1clist(cp)
        else
            cp=c_b2clist(cp)
        endif
    endloop
    if fs_gfrp=0

```



```
command
    pr pb s
endcommand
    quadro
    n_col2=n_col2-1
    n_col3=n_col3-1
endif
end
set fishcall 2 quebra_quadro
cyc 10000
```


Apêndice D

Algoritmo do ensaio de corte com secção variável

```
new
set logfile 50const_200vari_0_720mm_tmax_4_24MPa_alfa_30.log
set log on
call fishcall.FIS ; load in the FISHCALL macros
;----- SUBSTRATO -----
def propriedades_SUBSTRATO
    x0=0
    y0=0
    radius=0.00127
    id_start=1
    n_col=100          ;MUDAR n_col consoante comprimento total
    n_row=1
end
;----- GFRP -----
def propriedades_GFRP
    x0=0
    y0=0.00254
    radius=0.00127
    id_start=201
    n_col=100          ;MUDAR n_col consoante comprimento total
    n_row=1
    n_col_v=80         ;MUDAR n_col_v consoante comprimento variável
end
```

```

def hex
  xc = x0
  yc = y0
  rc = radius
  idc = id_start
  r2 = 2.0 * radius
  yinc = 2.0 * radius
  loop row (1,n_row)
    loop col (1,n_col)
      command
        ball id=idc x=xc y=yc rad=rc
      end_command
      idc = idc + 1
      xc = xc + r2
    end_loop
    yc = yc + yinc
    xc = x0
  end_loop
end

propriedades_substrato
hex
fix x y spin range id= 1 150

propriedades_GFRP
hex
fix y spin range id= 200 350
;----- propriedades do sistema-----
set grav 0 0
set disk 0.08
prop dens 2550
set hist_rep = 10000
;----- definição de contacto – lei descendente -----
def set_param

; softening bond
  knc1 = 0           ; rigidez normal a compressão
  knt1 = 0           ; rigidez normal a tracção
  ks1 = 8.6e12        ; rigidez de corte
  ftmax1 = 0          ; Força de normal maxima
  fsmax1 = 861.568    ; Força de corte maxima

```

```

    fric1 = 0                ; coeficiente de atrito
    rfric1 = 0               ; coeficiente de atrito residual
    uplim1 = 0.000720        ; deslocamento plástico para o qual o amortecimento tende para zero
    broken1 = 0
    softened1 = 1
    uplas1 = 0.000720

; parallel bond
    knn1 = 44e7
    Kss1 = 44e7
    rad = 1
    kn = 8.99e12
    ks = 8.99e12
    nstr1 = 513.9e8
    sstr1 = 513.9e8

    alf=30                  ;MUDAR ALFA

end
set_param

prop dens 2550

prop kn = knn1 Ks = Kss1 pb_rad = rad Pb_kn = kn pb_ks = ks &
    pb_nstr = nstr1 pb_sstr = sstr1 range id = 200 350

def soft_1
    c_model(cp) = 'softening'
    c_prop(cp, 'sof_knc') = knc1
    c_prop(cp, 'sof_knt') = knt1
    c_prop(cp, 'sof_ks') = ks1
    c_prop(cp, 'sof_ftmax') = ftmax1
    c_prop(cp, 'sof_fsmax') = fsmax1*f_r
    c_prop(cp, 'sof_fric') = fric1
    c_prop(cp, 'sof_rfric') = rfric1
    c_prop(cp, 'sof_uplim') = uplim1
    c_prop(cp, 'sof_broken') = broken1
    c_prop(cp, 'sof_softened') = softened1
    c_prop(cp, 'sof_uplas') = uplas1
end

```

```

def pp_1
    pb_kn(c_pb(cp))=kn*f_r
    pb_ks(c_pb(cp))=ks*f_r
    pb_nstrength(c_pb(cp))=nstr1*f_r
    pb_sstrength(c_pb(cp))=sstr1*f_r
end

def contact_soft
total1=1+n_col-1
loop b_ct (1,total1)
    b_ctz=b_ct+200
    bp=find_ball(b_ct)
    cp=b_clist(bp)
    loop while cp#null
        if b_id(c_ball1(cp))=b_ct
            if b_id(c_ball2(cp))=b_ctz
                if b_ct>n_col_v+1
                    f_r=1
                else
                    lx=1+n_col_v-b_ct
                    f_r=(80+(2*lx*2.54*tan(alf*pi/180)))/80
                endif
                soft_1
            endif
        endif
        if b_id(c_ball1(cp))=b_ctz
            if b_id(c_ball2(cp))=b_ct
                if b_ct>n_col_v+1
                    f_r=1
                else
                    lx=1+n_col_v-b_ct
                    f_r=(80+(2*lx*2.54*tan(alf*pi/180)))/80
                endif
                soft_1
            endif
        endif
        if c_ball1(cp)=bp
            cp=c_b1clist(cp)
        else

```

```

                                cp=c_b2clist(cp)
                            endif
                        endloop
                    end_loop
                end

                contact_soft
                ;pause
                def contacto_pp
                total1=201+n_col-2
                loop b_ct (201,total1)
                    b_ct2=b_ct+1
                    bp=find_ball(b_ct)
                    cp=b_clist(bp)
                    loop while cp#null
                        if b_id(c_ball1(cp))=b_ct
                            if b_id(c_ball2(cp))=b_ct2
                                if b_ct>200+n_col_v
                                    f_r=1
                                else
                                    lx=201+n_col_v-b_ct2
                                    f_r=(80+(2*lx*2.54*tan(alf*pi/180)))/80
                                endif
                                pp_1
                            endif
                        endif
                    endif
                    if b_id(c_ball1(cp))=b_ct2
                        if b_id(c_ball2(cp))=b_ct
                            if b_ct>200+n_col_v
                                f_r=1
                            else
                                lx=201+n_col_v-b_ct2
                                f_r=(80+(2*lx*2.54*tan(alf*pi/180)))/80
                            endif
                            pp_1
                        endif
                    endif
                endloop
            endloop
        endloop
    endloop
    if c_ball1(cp)=bp
        cp=c_b1clist(cp)
    else
        cp=c_b2clist(cp)
    end
end

```

```

                endif
            endloop
        end_loop
    end
    contacto_pp
;----- histórico (medições)-----

;----- força de corte individual na partícula da zona de carga -----
def forca
n = 1
cp = contact_head
loop while cp # null
    id1 = b_id(c_ball1(cp))
    id2 = b_id(c_ball2(cp))
        if id1 = 200+n_col
            if id2 = n_col than
                forca1 = c_sforce(cp)
            endif
        endif
        if id1 =n_col
            if id2 = 200+n_col than
                forca1 = c_sforce(cp)
            endif
        endif
    cp = c_next (cp)
    n= n + 1
end_loop
forca=forca1
end
hist id 1 forca

;----- força normal individual na partícula da zona de carga -----
def forca_aplicada
n = 1
cp = contact_head
loop while cp # null
    id1 = b_id(c_ball1(cp))
    id2 = b_id(c_ball2(cp))
        if id1 = 200+n_col
            if id2 = 199+n_col than
                forca_aplicada = - pb_nforce(c_pb(cp))
            endif
        endif
    cp = c_next (cp)
    n= n + 1
end_loop
forca_aplicada=forca_aplicada1
end
hist id 2 forca_aplicada

```



```

                                endif
                            endif
                            if id1 =199+n_col
                                if id2 = 200+n_col then
                                    forca_aplicada = - pb_nforce(c_pb(cp))
                                endif
                            endif
                            cp = c_next (cp)
                            n= n + 1
                        end_loop
                    end
                    hist id 2 forca_aplicada

;----- deslocamento individual na partícula da zona de carga -----
def deslo
    deslo1 = b_x ( find_ball( 200+n_col) ) - b_x ( find_ball( n_col ) )
    deslo = deslo1
end
hist id 3 deslo

;----- somatório de todas as forças de corte existentes -----
def forca_corte
    f_corte=0
    loop b_c (1,n_col)
        bp=find_ball(b_c)
        cp=b_clist(bp)
        loop while cp#null
            if b_id(c_ball1(cp))=b_c
                if b_id(c_ball2(cp))>199
                    f_corte = f_corte+c_sforce(cp)
                endif
            endif
            if b_id(c_ball1(cp))>199
                if b_id(c_ball2(cp))=b_c
                    f_corte = f_corte+c_sforce(cp)
                endif
            endif
            if c_ball1(cp)=bp
                cp=c_b1clist(cp)
            else
                cp=c_b2clist(cp)
            endif
        end
    end
end

```

```

        endloop
    end_loop
    forca_corte=f_corte
end
hist id 4 forca_corte
cyc 1

set time 1e-7
set dt dscale
set dt 5e-11

def deslocamento
    b_xvel(find_ball(200+n_col))=0.1;
end
set fishcall 2 deslocamento

def quadro
    id_base=0;
    id_gfrp=200;
    ;n_col=n_col-1
    loop nw (1,n_col)
        id_base=id_base+1
        id_gfrp=id_gfrp+1
        dados_quadro
        ii = out( string(x_base) + ' ' + string(x_gfrp)&
            + ' ' + string(s_gfrp)+ ' ' + string(fs_gfrp))
    endloop
end

def dados_quadro
    bp=find_ball(id_gfrp)
    x_gfrp=b_x(bp)
    s_gfrp=b_xdisp(bp) * 1000
    bp=find_ball(id_base)
    x_base=b_x(bp)
    fs_gfrp=0
    cp=b_clist(bp)
    loop while cp#null
        if b_id(c_ball1(cp))=id_base
            if b_id(c_ball2(cp))=id_gfrp
                fs_gfrp = c_sforce(cp)
            end
        end
    end
end

```

```

        endif
    endif
    if b_id(c_ball1(cp))=id_gfrp
        if b_id(c_ball2(cp))=id_base
            fs_gfrp = c_sforce(cp)
        endif
    endif
    if c_ball1(cp)=bp
        cp=c_b1clist(cp)
    else
        cp=c_b2clist(cp)
    endif
endloop
end

def valores
    n_col2=n_col
    n_col3=200+n_col
end
valores

def quebra_quadro
bp=find_ball(n_col2)
cp=b_clist(bp)
loop while cp#null
    if b_id(c_ball1(cp))=n_col2
        if b_id(c_ball2(cp))=n_col3
            fs_gfrp = c_sforce(cp)
        endif
    endif
    if b_id(c_ball1(cp))=n_col3
        if b_id(c_ball2(cp))=n_col2
            fs_gfrp = c_sforce(cp)
        endif
    endif
    if c_ball1(cp)=bp
        cp=c_b1clist(cp)
    else
        cp=c_b2clist(cp)
    endif
endloop

```

```

if fs_gfrp=0
command
    pr pb s
endcommand
    quadro
    n_col2=n_col2-2
    n_col3=n_col3-2
endif
end

def lcol
b1x=0
id_base=0;
id_gfrp=200;
section joao_teixeira
loop b_c(1,n_col)
    bp=find_ball(id_gfrp+b_c)
    cp=b_clist(bp)
    loop while cp#null
        if b_id(c_ball1(cp))=id_gfrp+b_c
            if b_id(c_ball2(cp))=id_base+b_c
                fs1_gfrp = c_sforce(cp)
                if fs1_gfrp>10
                    b1x=b_x(find_ball(id_base+b_c))
                    exit section
                endif
            endif
        endif
        if b_id(c_ball1(cp))=id_base+b_c
            if b_id(c_ball2(cp))=id_gfrp+b_c
                fs1_gfrp = c_sforce(cp)
                if fs1_gfrp>10
                    b1x=b_x(find_ball(id_base+b_c))
                    exit section
                endif
            endif
        endif
        if c_ball1(cp)=bp
            cp=c_b1clist(cp)
        else
            cp=c_b2clist(cp)
        end
    end
end
end

```

```

endif
endloop
endloop
endsection
b2x=10
section joao_teixeira2
b2x=0
loop b_c(0,n_col-1)
    bp=find_ball(id_gfrp+n_col-b_c)
    cp=b_clist(bp)
    loop while cp#null
        if b_id(c_ball1(cp))=id_gfrp+n_col-b_c
            if b_id(c_ball2(cp))=id_base+n_col-b_c
                fs2_gfrp = c_sforce(cp)
                if fs2_gfrp > 10
                    b2x=b_x(find_ball(id_base+n_col-b_c))
                    exit section
                endif
            endif
        endif
        if b_id(c_ball1(cp))=id_base+n_col-b_c
            if b_id(c_ball2(cp))=id_gfrp+n_col-b_c
                fs2_gfrp = c_sforce(cp)
                if fs2_gfrp > 10
                    b2x=b_x(find_ball(id_base+n_col-b_c))
                    exit section
                endif
            endif
        endif
    endloop
endloop
endloop
endsection
lcol=b2x-b1x

end
hist id 8 lcol

```

```
cyc 100000
```

```
def paragem
```

```
if f_corte=0
```

```
    command
```

```
        pause
```

```
    endcommand
```

```
endif
```

```
end
```

```
set fishcall 2 paragem
```

```
set fishcall 2 quebra_quadro
```

```
cyc 1000
```